



UNIVERSITETET
I OSLO

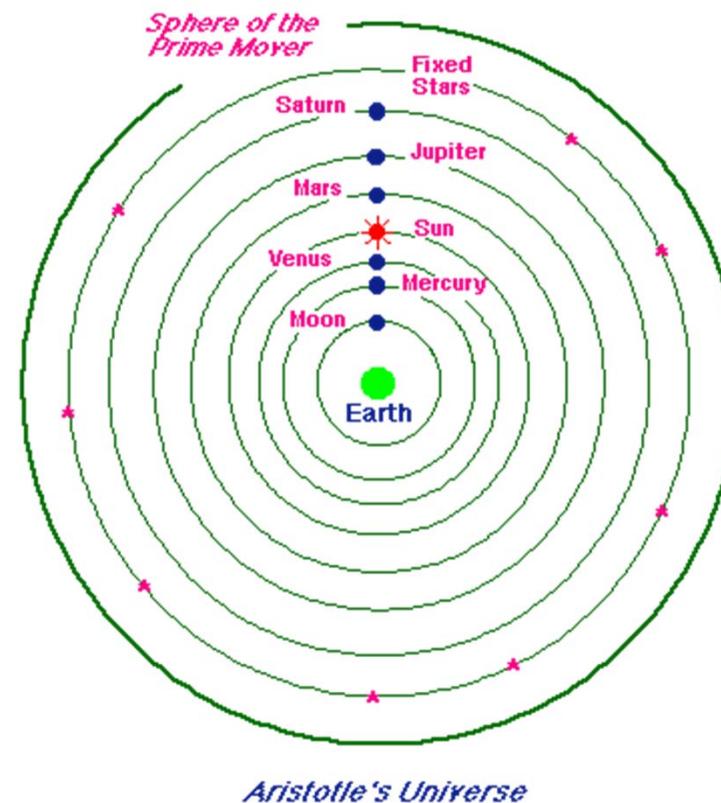
Den første trigonometriske rekken?

Sverre Holm

Geosentrisk verdensbilde

- Aristoteles (384-322 f. Kr.) og tidligere grekere:
 - Himmelen er perfekt
 - Sirkler er perfekte
 - Altså går alt i sirkelbaner
- Beskrivelse av bane ved en sirkel:

$$r(t) = r_1 e^{i\omega_1 t}$$

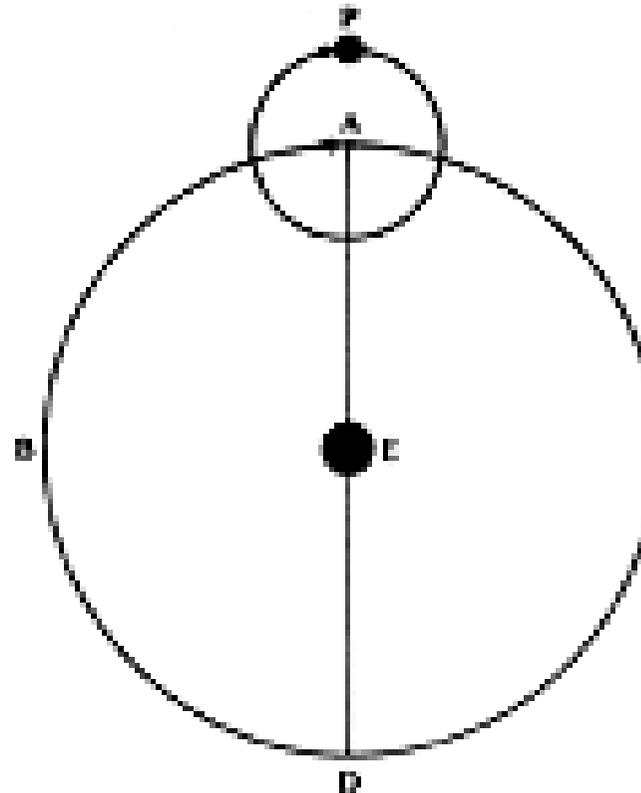




Planetene går noen ganger baklengs?

- Legg til en sekundær sirkel, en episyklus, til deferenten, den ledende sirkel (Apolonius fra Perga ca 200 f. Kr.)
- Da kan baklengs bevegelse også beskrives:

$$r(t) = r_1 e^{i\omega_1 t} + r_2 e^{i\omega_2 t}$$

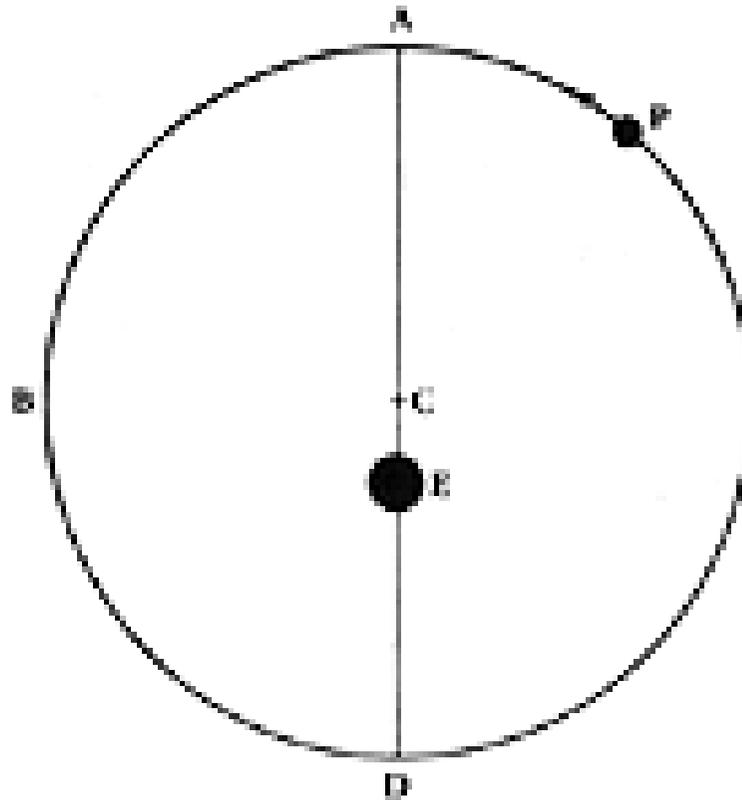




Sommeren er lenger enn vinteren

- Solas bane er ikke sirkulær
- Nordlige halvkule:
 - sommer 186.3 dager
 - vinter 179.0 dager
- Innfør eksentrisitet:
(Hipparkus fra Rhodos, ca 190-120 f.Kr)

$$r(t) = r_0 + r_1 e^{i\omega_1 t} + r_2 e^{i\omega_2 t}$$

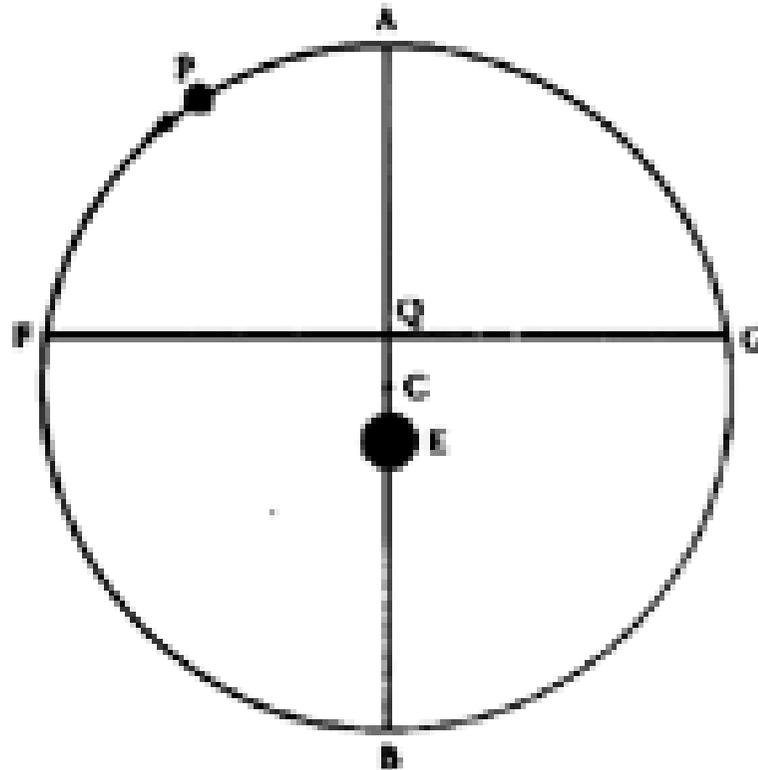




Problem med Mars' bane

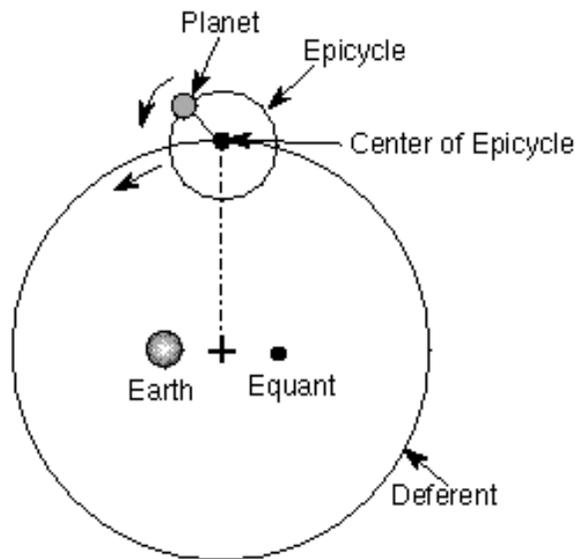
- Ptolemaios (100-170 e.Kr.) innførte ekvant - et utjevende punkt - for deferenten
- Prinsipp: rotasjonen til den ledende sirkel er uniform i forhold til dette punktet.
- Ekvivalent med en forvrengning av tiden - første avvik fra sirkelmodell:

$$r(t) = r_0 + r_1 e^{i\omega_1 t'(t)} + r_2 e^{i\omega_2 t}$$

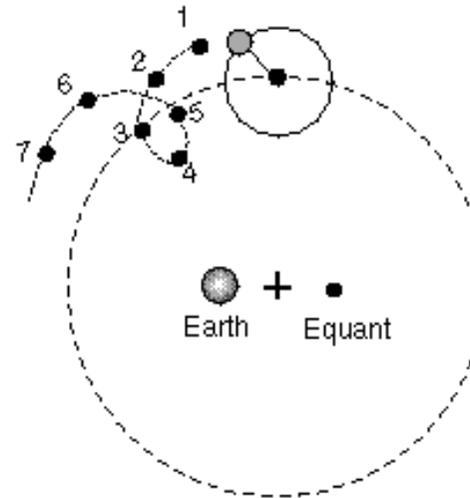




Ptolemaios' modell



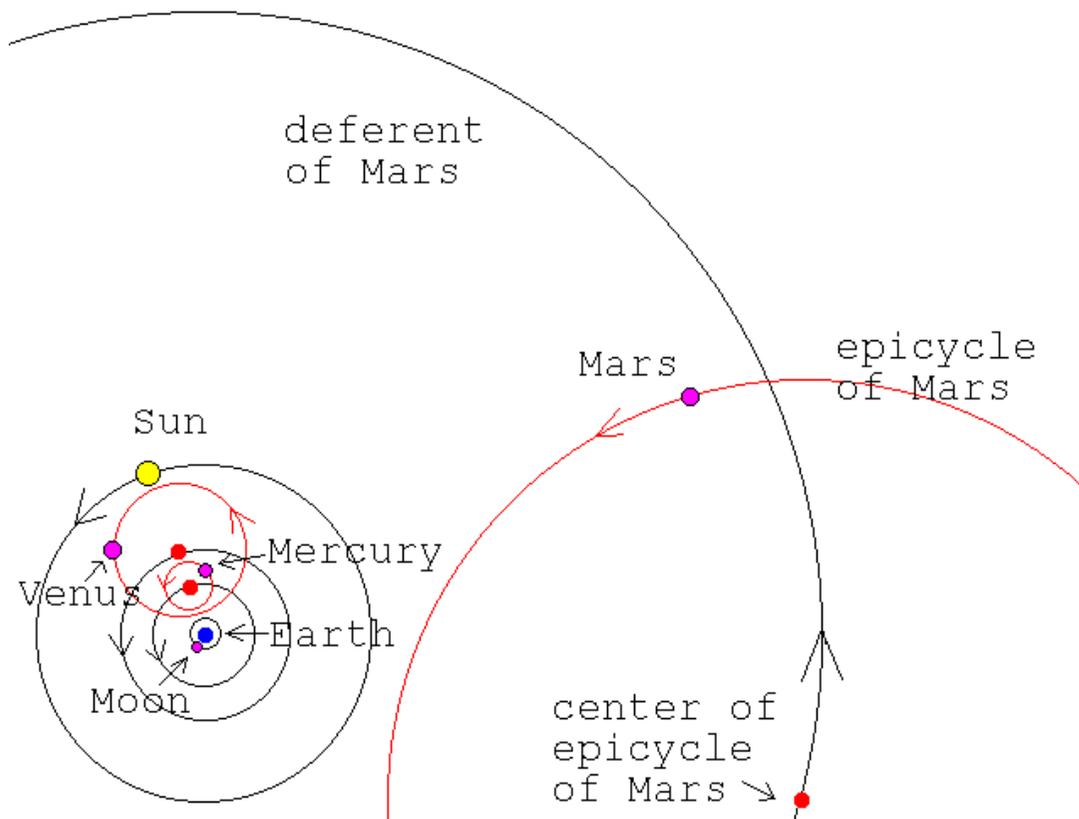
Center of epicycle moves counter-clockwise on deferent and epicycle moves counterclockwise. Epicycle speed is uniform with respect to equant. The combined motion is shown at right.



Deferent motion is in direction of point 1 to 7 but planet's epicycle carries it on cycloid path (points 1 through 7) so that from points 3 through 5 the planet moves backward (retrograde).



Full modell



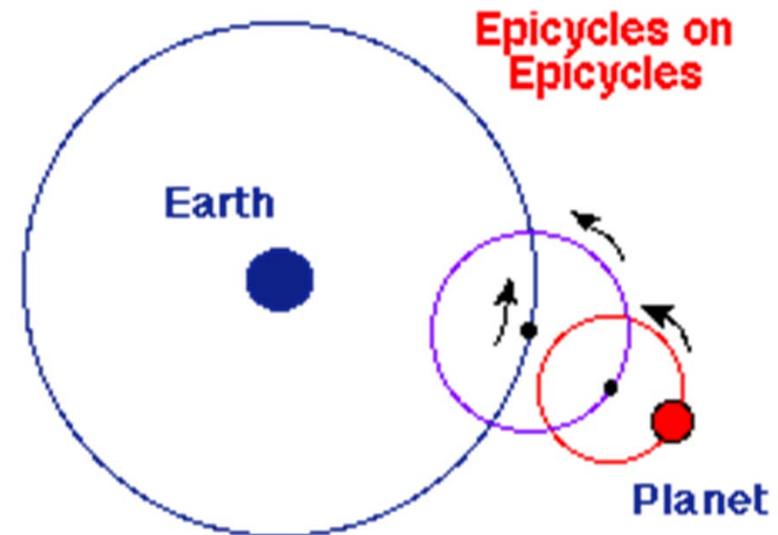


Merkurs bane

- Ptolemaios innførte enda en episyklus for å forbedre tilpasning:

$$r(t) = r_0 + r_1 e^{i\omega_1 t'(t)} + r_2 e^{i\omega_2 t} + r_3 e^{i\omega_3 t}$$

- $\omega_2 = 2\omega_1 \Rightarrow$ oval ledende sirkel for Merkur





Forbedring ved enda flere sirkler

- Etterhvert 80 sirkler for å beskrive banene til månen, Merkur, Venus, sola, Mars, Jupiter og Saturn
- Kopernikus (1473-1543) fikk dette ned til 34 ved et heliosentrisk system som fortsatt var basert på sirkler
- Kepler (1571-1630) fant elliptiske baner fra Tycho Brahes (1546-1601) observasjonsdata
- Kepler: "Gud jeg tenker dine tanker etter deg!"



Hvorfor holdt denne modellen seg i 14 århundrer?

- Ptolemaios levde 1700 år før Fourier!
- Planetbaner er periodiske og regulære: alle Dirichlets konvergensbetingelser er oppfylt
- Avkortet Fourierrekke er en minste kvadrats tilpasning til en periodisk funksjon: Naturlig matematisk modell