

Computers in Technology Education

Beregningsorientert matematikk ved Høgskolen i Oslo Skisse til samlet innhold i MAT1 og MAT2

JOHN HAUGAN

Både NTNU og UiO har en god del repetisjon av videregående skoles innhold i det første emnet (TMA4100 og MAT1100). Noe av det man legger vekt på, er å gå mer i dybden. Matematikken blir mer formelt riktig behandlet, med definisjoner, teoremer, lemmaer og bevis. Vi må ta stilling til om dette er noe for oss, eller om vi i større grad skal vektlegge *brukeraspektet* og oppøve ferdigheten i å "godta resultater" og anvende disse i ulike sammenhenger. Altså:

Skal vi legge vekt på matematikkens brukeraspekt på bekostning av det formelle?

Metodisk kan man ta utgangspunkt i *beregningsaspektet*, og knytte disse metodene opp mot begreper og analytiske løsningsmetoder. Dette innebærer en "vri" i metodikken, hvilket kan bidra til at studentene oppfatter at særlig MAT1 er noe nytt i forhold til hva de er kjent med fra videregående skole.

De fleste av ferdighetene og kunnskapene som er nevnt nedenfor, krever at studentene behersker algebra og regneteknikker (derivasjonsregler, integrasjonsmetoder, noen løsningsmetoder for differensiallikninger) som er kjent fra videregående skole. Erfaring tilsier at de mangler trening i dette. Derfor må det metodiske opplegget i emnene være slik at studentene må trene på disse grunnleggende ferdighetene, uten at MAT1 og MAT2 framstår som repetisjonskurs. Å få til dette, er utfordrende, men nødvendig for at matematikkemnene skal framstå som nye, interessante og motiverende. I tillegg er det nødvendig at matematikken brukes i de tekniske fagene, slik at arbeidet med matematikkemnene er satt inn i en kontekst.

Verb brukt for å beskrive læringsutbytte

Når man lager beskrivelser av læringsutbytte er det viktig å bruke *verb* som forteller hva studentene skal være i stand til å gjøre etter en lærings-/undervisningsperiode. Verbene bør beskrive utbytte på forskjellige *nivåer*. Det er viktig å sørge for at betydningen av verbene som brukes, er klare. Nedenfor er det gitt noen eksempler på noen *mulige* beskrivelser. Her forutsettes det – i tråd med intensjonene ved kvalifikasjonsrammeverket – at kunnskap ligger på et lavere kognitivt nivå enn ferdighet. Verb som brukes bør kategoriseres etter kognitivt nivå. Verbene nedenfor er hentet fra John Biggs' SOLO-taksonomi.

Gjøre rede for / forklare (Kategori "Kunnskap")

Du skal *blant annet* kunne

- gjengi setningen/definisjonen/regelen/ ...
- fortelle hvilke forutsetninger som skal være oppfylt for å bruke den
- lage illustrasjoner
- lage enkle regneeksempler
- regne relevante oppgaver

Drøfte / diskutere / anvende / analysere (Kategori "Ferdighet")

Du skal kunne gjøre det samme som når du skal "gjøre rede for", men i tillegg skal du kunne

- anvende setningen/definisjonen/regelen/ ...

- sammenlikne med andre setninger/definisjoner/regler/ ...
- gi eksempler på anvendelser
- definere, løse og drøfte relevante problemer
- lage sammendrag og oversikter over temaet

Generalisere

Du skal kunne ta utgangspunkt i et spesialtilfelle av en setning/definisjon/regel/..., og argumentere for hvordan denne kan utvides og tilpasses til å gjelde mer generelle tilfeller. Elementer fra det du skal gjøre når du "forklarer" kan komme inn i argumentasjonen.

Kommentar: En (oppegående) student ved NTNU mener at den største overgangen fra matematikken i videregående skole til matematikken ved NTNU, er tempoet og mengden stoff som skal gjennomgås i løpet av semesteret. Dette høres ut som om emnene bærer preg av "pølsestapping": flest mulige temaer på kortest mulig tid.

Generell kompetanse

Etter avsluttet emne skal studentene kunne

- anvende programmeringselementene *tilordning, for-løkker, if-tester* og *while-løkker* i numerisk løsning av matematiske beregninger
-

Ferdigheter. Etter avsluttet emne skal studentene kunne

1. anvende den deriverte ved modellering av tekniske og fysiske systemer

Kunnskap. Dette krever at studentene kan

- a) gjøre rede for definisjonen av den deriverte, og forklare hvordan den deriverte kan brukes til å modellere vekstrater
- b) ta utgangspunkt i definisjonen av den deriverte, og bestemme numeriske verdier av den deriverte
- c) sammenlikne eksakte verdier beregnet ved analytiske metoder og numeriske verdier av den deriverte, og gjøre rede for usikkerhet i de numeriske verdiene
- d) vurdere når det er hensiktsmessig å bruke numeriske verdier i stedet for verdier beregnet ved analytiske metoder
- e) bruke den deriverte til å løse optimaliseringsproblemer

2. drøfte hvordan det bestemte integralet defineres som en grense for en sum, og anvende dette i modellering av tekniske og fysiske systemer

Kunnskap. Dette krever at studentene kan

- a) bruke numeriske metoder til å beregne bestemte integraler
- b) sammenlikne eksakte verdier beregnet ved analytiske metoder og numeriske verdier av bestemte integral, og gjøre rede for usikkerheten i de numeriske verdiene
- c) bruke idegrunnlaget fra definisjonen av det bestemte integralet til å sette opp integraler som må regnes ut for å beregne størrelser (som f.eks. areal, volum, masse, ladning, arealmoment, treghetsmoment og andre studieprogramspesifikke størrelser)

3. diskutere hvordan man beskriver og drøfter funksjoner av to variable.

Kunnskap. Dette krever at studentene kan

- a) nevne forskjellige måter å framstille en funksjon av to variable grafisk, og diskutere fordeler og ulemper ved disse metodene
- b) utføre partiell derivasjon, og gi en geometrisk tolkning av betydningen av første ordens partielt derivert
- c) regne ut gradienten til en funksjon, og bruke gradienten til å regne ut normalvektor til kurver i planet og flater i rommet
- d) regne ut stasjonære punkter analytisk og numerisk, og klassifisere disse analytisk

4. drøfte numeriske metoder for å løse differensiallikninger

Kunnskap. Dette krever at studentene kan

- a) ta utgangspunkt i en praktisk problemstilling fra eget fagområde, og modellere det ved hjelp av en differensiallikning
- b) forklare hva det vil si å bestemme løsningen til en differensiallikning
- c) gjøre rede for ulike typer differensiallikninger og analytiske metoder som brukes for å løse dem
- d) løse andre ordens inhomogene differensiallikninger, både med reelle og med komplekse løsninger av den karakteristiske likningen
- e) gjøre rede for komplekse tall

5. drøfte løsninger av lineære likningssystemer ved hjelp av matriseregning
Kunnskap. Dette krever at studentene kan
- regne med matriser, determinanter og vektorer
 - utføre Gauss-Jordan eliminasjon på matriser
 - invertere matriser
 - gi geometriske tolkninger av løsningene til lineære likningsystemer og illustrere disse grafisk
6. diskutere lineære transformasjoner
Kunnskap. Dette krever at studentene kan
- regne med matriser og vektorer
 - forklare hva som menes med standardbasis og standardmatrise
 - bestemme matrisen til en lineær transformasjon
 - gjøre rede for noen spesielle transformasjoner (som f eks refleksjon, kontraksjon, ekspansjon, skjærforkyving og projeksjon), og illustrere disse geometrisk i planet
7. diskutere løsningene til et system av differensiallikninger og diskutere diskrete, dynamiske systemer
Kunnskap. Dette krever at studentene kan
- omformulere et system av første ordens lineære differensiallikninger til formen $x' = Ax$
 - regne ut egenverdier og egenvektorer til en matrise, og bruke dette til å diagonalisere matriser
 - gjøre rede for begrepene lineær (u)avhengighet og lineær kombinasjon
 - illustrere banene (trajectory) til et dynamisk system grafisk
8. drøfte hensikt og metoder for polynominterpolasjon og for bestemmelse av nullpunkter for funksjoner
Kunnskap. Dette krever at studentene kan
- bestemme et taylorpolynom til en funksjon, og anslå størrelsen på restleddet
 - gjøre beregninger med newtonformen av interpolerende polynom
 - beregne nullpunkter til funksjoner ved å bruke forskjellige numeriske metoder (f eks midtpunktmetode, sekantmetode, Newtons metode)
9. diskutere rekkeutvikling av funksjoner
Kunnskap. Dette krever at studentene kan
- gjøre rede for konvergens av rekker og kunne bruke forholdstest og Leibniz' test
 - gjøre rede for leddvis derivasjon og integrasjon av taylorrekker
 - bergne fourierrekker til periodiske funksjoner
10. gjøre rede for
Kunnskap. Dette krever at studentene kan
-

o o O o o

Vektoranalyse er plassert i Matematikk valgfag.

Nåværende emnebeskrivelser

Ma 200 bygg (våren 2009)

INNHold OG LÆRINGSMÅL: Etter å ha gjennomgått kurset, skal studentene kunne

- legge sammen, multiplisere, invertere og transponere matriser, og bringe matriser over på trappeform ved bruk av rekkeoperasjoner
- beregne determinanter til matriser
- løse og drøfte lineære likningssystemer ved hjelp av matriseregning og Gauss -eliminasjon
- forstå begrepene lineær uavhengighet og basisvektorer
- anvende matriser i lineære transformasjoner med spesiell vekt på rotasjon, skalering, refleksjon, projeksjoner og skjærdeformasjoner
- beregne egenverdier og egenvektorer til matriser
- diagonalisere matriser
- bruke lineær algebra til å løse systemer av lineære differensiallikninger med konstante koeffisienter

Kalkulus i Ma1000:

- Studentene skal kunne derivere og bruke dette i anvendelser:
 - vite at en endringsrate kan oppfattes som en derivert
 - beregne endringsrater ved hjelp av derivasjon
 - bruke derivasjon til å løse optimaliseringsproblemer
 - foreta kurvedrøfting
 - bruke Newtons metode for nullpunktsberegning
- Studentene skal kunne integrere, løse differensiallikninger og bruke dette i anvendelser:
 - vite at integral er grenseverdi for sum og kunne bruke integrasjonsteknikker
 - beregne bl.a. arealer, volumer, buelengder og masser ved hjelp av integrasjon
 - integrere endringsrater
 - løse separable og lineære differensiallikninger av første og annen orden
 - regne med komplekse tall og bruke dem ved løsning av algebraiske likninger og differensiallikninger
 - bruke endringsrater til modellering av enkle dynamiske sammenhenger

Lineær algebra i Ma1000:

- Studentene skal kunne behandle matriser og bruke slike i anvendelser:
 - løse lineære likningssystemer ved hjelp av Gauss-Jordan-eliminasjon
 - regne med matriser og beregne determinanter
 - bruke begrepene lineær uavhengighet og basis
 - finne egenverdier og egenvektorer til matriser
 - foreta diagonalisering av matriser
 - bruke egenverdier og egenvektorer til å løse systemer av differensiallikninger
 - bruke matriser til å beskrive lineære og affine transformasjoner
 - bruke matriser i anvendelser som Markov-kjeder og dynamiske systemer