Fysikkolympiaden – Norsk finale 2019
Løsningsforslag

Oppgave 1

Vi kaller strømmene gjennom de to batteriene I_1 og I_2 og strømmen gjennom den ytre motstanden $I = I_1 + I_2$. Da må vi ha at

$$U_1 = R_1 I_1 + RI$$
$$U_2 = R_2 I_2 + RI.$$

Vi kan løse disse likningene på mange måter. For eksempel kan vi sette inn for I på høyre sidene og få

$$U_1 = (R_1 + R)I_1 + RI_2$$
$$U_2 = (R_2 + R)I_2 + RI_1.$$

Fra den første av disse finner vi

$$I_2 = \frac{1}{R}\left[U_1 - (R_1 + R)I_1\right]$$

som vi setter inn i den andre

$$U_2 = \frac{R_2 + R}{R}\left[U_1 - (R_1 + R)I_1\right] + RI_1 = \frac{R_2 + R}{R}U_1 + \left[R - \frac{(R_2 + R)(R_1 + R)}{R}\right] I_1.$$

Når vi løser denne får vi

$$I_1 = \frac{(R_2 + R)U_1 - RU_2}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = 6,16 \text{ A}.$$

Fra symmetrien i problemet kan vi direkte skrive

$$I_2 = \frac{(R_1 + R)U_2 - RU_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = -0,018 \text{ A}.$$

Oppgave 2

Hvis vi trekker planken en strekning x ned fra likevektsposisjonen vil fjærene trekke tilbake med en samlet kraft F. Siden snora beveger seg fritt over trinsa må det være samme kraft i begge fjærene, og den må være $F/2$. Den totale forlengelsen av begge fjærene er $2x$. Hvis vi kaller forlenglesene i hver fjær for x_k og x_{3k}, så må $x_k + x_{3k} = 2x$ og $3kx_{3k} = kx_k$. Dette gir $x_k = \frac{3}{2}x$ og $x_{3k} = \frac{1}{2}x$. Dermed er $F = 3kx$, som betyr at den effektive fjærkonstanten for hele systemet er $3k$. Vi kan sette dette inn i formelen for svingetid for en harmonisk pendel og får

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}.$$

Oppgave 3

a) Vi kaller starttemperaturene $T_{is} = -15°\text{C} = 258$ K og $T_v = 55°\text{C} = 328$ K og smeltepunktet $T_0 = 0°\text{C} = 273$ K. Massene er $m_{is} = 1,0$ kg og $m_v = 2,0$ kg. Da er sluttemperaturen T gitt ved å balansere varmestrømmen ut av vann og inn i is

$$m_v c_v (T_v - T) = m_{is} c_{is} (T_0 - T_{is}) + m_{is} L_{is} + m_{is} c_v (T - T_0)$$

som vi løser og finner

$$T = \frac{m_v c_v T_v + m_{is} c_v T_0 - m_{is} c_{is} (T_0 - T_{is}) - m_{is} L_{is}}{m_v c_v + m_{is} c_v} = 280,66 \text{ K} \approx 8°\text{C}.$$

b) Entropiendringen i vannet er

$$\Delta S_v = \int_{T_v}^{T} \frac{dQ}{T} = m_v c_V \int_{T_v}^{T} \frac{dT}{T} = m_v c_V \ln \frac{T}{T_v} = -1309 \text{ J/K}$$

og i isen

$$\Delta S_{is} = m_{is} c_{is} \ln \frac{T_0}{T_{is}} + \frac{m_{is} L_{is}}{T_0} + m_{is} c_v \ln \frac{T}{T_0} = 1458 \text{ J/K}$$

Den totale entropiendringen blir da $\Delta S = \Delta S_v + \Delta S_{is} = 149$ J/K.

Oppgave 4

a) Vi kaller farta i avstanden r for v_r, farta i avstanden R for v_R og bruker bevaring av energi og spinn:

$$\frac{1}{2} m v_R^2 = \frac{1}{2} m v_r^2 - Mg(R - r)$$
$$m v_r r = m v_R R.$$

Når vi løser disse to likningene får vi

$$v_r = \sqrt{\frac{2MgR^2}{m(R+r)}} = 3,5 \text{ m/s}$$

$$v_R = \sqrt{\frac{2Mgr^2}{m(R+r)}} = 0,89 \text{ m/s}.$$

b) Vi kaller snordraget S og akselerasjonen til loddet a. Da har vi

$$Ma = G - S$$

For kula er den radielle akselerasjonen også a, og snordraget går delvis til sentripetalakselerasjon og delvis til radiell akselerasjon:

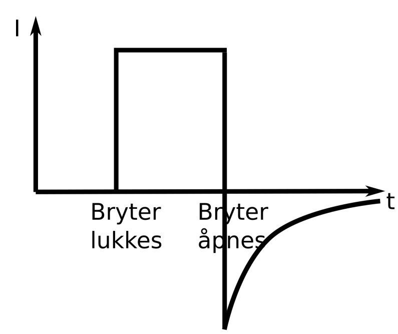
$$ma = S - m\frac{v^2}{r}$$

Vi løser disse to likningene og får at

$$a = \frac{Mg - mv^2/r}{m + M}$$

I det høyeste og laveste punktet blir det $a_R = 5,9 \text{ m/s}^2$ og $a_r = -35 \text{ m/s}^2$.

Oppgave 5



Når vi lukker bryteren vil det begynne å gå strøm gjennom både motstanden og spolen. Så lenge vi ser bort i fra indre resistans i spenningskilden vil den holde samme spenning over motstanden uavhengig av spolen, og dermed er strømmen gjennom motstanden konstant så lenge bryteren er lukket. Når vi åpner bryteren igjen vil det induseres en spenning i spolen som opprettholder strømmen gjennom den i samme retning som før. Denne strømmen går gjennom motstanden i motsatt retning av den som var tidligere. Strømmen skifter altså fortegn, og avtar eksponensielt med tida.

Oppgave 6

Den potensielle energien i starten er

$$E_p = \frac{kq^2}{r} + \frac{2kq^2}{r} + \frac{2kq^2}{2r} = \frac{4kq^2}{r}.$$

Denne går over i kinetisk energi, og vi må finne ut hvordan den fordeler seg mellom de tre ladningene. Vi kaller avstanden mellom 1 og 2 for r_1 og mellom 2 og 3 for r_2. Til å begynne med er $r_1 = r_2 = r$, og vi vil vise at de kommer til å fortsette å være like. Vi har akselerasjonene til de tre ladningene

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{kq^2}{m}\left(-\frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{(r_1+r_2)^2}\right) \\ a_2 &= \frac{kq^2}{2m}\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{r_2^2}\right) \\ a_3 &= \frac{kq^2}{5m}\left(\frac{2}{(r_1+r_2)^2} + \frac{2}{r_2^2}\right). \end{aligned}$$

Vi har at r_1 er avstanden mellom første og andre ladning. Da må den andrederiverte av denne med hensyn på tid være den relative akselerasjonen, dvs differansen mellom a_2 og a_1. Hvis vi starter i en konfigurasjon der $r_1 = r_2 = r$ vil

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r_1}{dt^2} &= a_2 - a_1 = \frac{kq^2}{mr^2} \\ \frac{d^2 r_2}{dt^2} &= a_3 - a_2 = \frac{kq^2}{mr^2}. \end{aligned}$$

Siden r_1 og r_2 starter likt og endrer seg likt må de være like til alle tider. Dermed har vi

$$\begin{aligned} a_1 &= -3\frac{kq^2}{2mr^2} \\ a_2 &= -\frac{kq^2}{2mr^2} \\ a_3 &= \frac{kq^2}{2mr^2}. \end{aligned}$$

Det betyr at $v_1 = -3v_3$ og $v_2 = -v_3$. Dermed er

$$E_{k1} = \frac{9}{16}E_p = \frac{9kq^2}{4r}$$
$$E_{k2} = \frac{2}{16}E_p = \frac{kq^2}{2r}$$
$$E_{k3} = \frac{5}{16}E_p = \frac{5kq^2}{4r}.$$