FYSIKK-OLYMPIADEN 2018 - 2019

Løsningsforslag til 2. runde

Oppgave 1

a) Effekten er

$$P = RI^2 = R\left(\frac{U}{r+R}\right)^2$$

Deriverer uttrykket for effekten:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR}\left(\frac{R}{(r+R)^2}\right)U^2 = \frac{(r+R)^2 - 2(r+R)R}{(r+R)^4}U^2$$

Maksimal effekt når den deriverte er null, altså

$$(r+R)^2 - 2(r+R)R = 0$$

Det gir $r = R$.

b) Den indre resistansen skal begrense strømmen og må være

$$r = \frac{U}{I} = \frac{6\ \text{V}}{3\ \text{A}} = 2\Omega$$

Maksimal effekt blir da

$$P = RI^2 = rI^2 = r\left(\frac{U}{2r}\right)^2 = 4{,}5\ \text{W}$$

Oppgave 2

Fordi masse-energi er bevart i reaksjonen, blir massesvinnet i reaksjonen til reaksjonsenergi:

$$\Delta E = \Delta mc^2 = (238{,}0508 - 234{,}0436 - 4{,}0026)\cdot 1{,}66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}\cdot(3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 6{,}87\cdot 10^{-13}\ \text{J}.$$

Reaksjonsenergien fordeler seg på energi til gammastrålingen og på kinetisk energi til partiklene på høyre side av ligningen. Energien til gammastrålingen er gitt ved $E = hf$. Samlet kinetisk energi etter spaltingen er derfor:

$$E_k = \Delta E - hf = 6,87 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J} - 6,6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \cdot 1,2 \cdot 10^{19}\ \mathrm{Hz} = 6,79 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}.$$

Vi ser altså bort fra farten til Th-kjernen, og farten til α-partikkelen finnes ved å bruke at $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Farten blir:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,79 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}}{4,0 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}}} = 1,4 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}.$$

(Farten er høy, men ikke så høy at vi må regne relativistisk)

Ut fra oppgaveteksten er det også mulig å tenke seg en annen løsning: Siden Th-kjernen ligger i ro etter reaksjonen har den ingen bevegelsesmengde. Dvs at α-partikkelen og fotonet må ha like store og motsatt rettede bevegelsesmengder for at totale bevegelsesmengden skal være null slik den var før reaksjonen. Dermed er $mv = p = E/c = hf/c$ og dermed $v = hf/mc = 6286$ m/s. Vi ser at det gir et ganske annet resultat enn det vi fant over. Denne metoden er ikke riktig fordi fotonet i realiteten har så liten bevegelsesmengde at vi ikke kan se bort fra bevegelsesmengden til Th i forhold til fotonets bevegelsesmengde. Men for energiene kan vi gjøre det, og dermed er den første løsningen ganske nøyaktig og ikke denne.

Oppgave 3

Dopplereffekten gir stjernenes banefart v i forhold til felles tyngdepunkt:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{2\lambda}c = \frac{0,0052\ \mathrm{nm}}{2 \cdot 410\ \mathrm{nm}} \cdot 3,0 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s} = 1902\ \mathrm{m/s}$$

Gravitasjonskraft er lik sentripetalkraft gir avstanden r mellom stjernene:

$$\gamma\frac{m^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r/2}$$

$$r = \frac{\gamma m}{2v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{2 \cdot (1902\ \mathrm{m/s})^2} = 4,58 \cdot 10^{12}\ \mathrm{m}.$$

Hvis $\alpha = 6,45 \cdot 10^{-5}$ radianer er vinkelavstanden mellom stjernene blir avstanden R fra jorda er gitt ved $R = \frac{r}{\alpha}$ der α er vinkelavstanden mellom stjernene:

$$R = \frac{r}{\alpha} = 2,84 \cdot 10^{17}\ \mathrm{m} = 30\ \text{lysår}.$$

Oppgave 4

Idet klossen klossen forlater vogna må den bevege seg vertikalt rett oppover sett fra en observatør på vogna. Det vil si at den må ha samme horisontalhastighet V som vogna har fått. Bevaring av bevegelsesmengden gir da at

$$mv = (m + M)V, \qquad V = \frac{m}{m + M}v.$$

Idet klossen når sitt høyeste punkt har den ingen vertikalhastighet, men fortsatt horisontalhastigheten V, og det samme har vogna. Energibevaring gir da

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m + M)V^2 + mgh$$

der h er høyden til toppunktet i banen regnet fra den høyden der klossen starter. Vi løser for h og får

$$h = \frac{M}{m + M}\frac{v^2}{2g}.$$

Oppgave 5

En sikring som er ved grensestrømmen sin vil ha en temperatur som er ved smeltetemperaturen. Den vil likevel ikke smelte, siden utstrålt energi her er lik energien den mottar gjennom strømmen som går gjennom den. Om du øker strømmen vil effekttapet i tråden øke, men den ekstra tilførte energien vil smelte tråden, ikke øke temperaturen. Utstrålt energi blir derfor den samme. Effekten som går til smeltingen vil derfor blir $P_{smelt} = P_{800mA} - P_{400mA}$. Fra $P = E/t$ er tiden det tar

$$\begin{aligned} t &= \frac{E_{smelt}}{P_{smelt}} = \frac{qm}{RI^2_{800mA} - RI^2_{400mA}} = \frac{q\pi r^2 l\rho}{RI^2_{800mA} - RI^2_{400mA}} \\ &= \frac{59000 \cdot \pi \cdot 0,000070^2 \cdot 0,020 \cdot 7280}{0,16 \cdot 0,800^2 - 0,16 \cdot 0,400^2}\ \mathrm{s} = 1,7\ \mathrm{s}. \end{aligned}$$

Det vil ta 1,7 sekunder før sikringen går, og dette vil derfor være en treg sikring.

Oppgave 6

a) Bevaring av mekanisk energi frem til den venstre kulen når bordflaten:

$$m_1 gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + m_2 gh$$

Fra denne likningen finner vi

$$v^2 = 2\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}gh$$

Bevaring av mekanisk energi mens m_2 fortsetter til sitt høyeste punkt h_{maks}:

$$m_2 gh + \frac{1}{2}m_2 v^2 = m_2 g h_{maks}$$

Dermed får vi

$$h_{maks} = \frac{v^2}{2g} + h = \frac{2m_1 h}{m_1 + m_2}$$

Hvis $m_1 = 3m_2$ blir $h_{maks} = \frac{3}{2}h$.

b) I uttrykket for h_{maks} får vi om $m_1 \gg m_2$ at h_{maks} nærmer seg $2h$. Alternativt: Om $m_1 \gg m_2$ så vil den høyre kulen akselerere med g til den når høyden h. Deretter vil den i fritt fall fortsette å redusere farten over en like lang strekning til den stopper opp.