FYSIKK-OLYMPIADEN 2019 - 2020

Løsningsforslag til 2. runde

Oppgave 1

Vi kaller farten i det laveste punktet for v og i det øverste for u og radien i sirkelbanen for r. Energibevaring gir:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 + 2mgr$$

eller

$$v^2 = u^2 + 4gr.$$

Snordraget øverst:

$$S_2 + mg = m\frac{u^2}{r}.$$

Snordraget nederst:

$$S_1 - mg = m\frac{v^2}{r}.$$

Det gir:

$$S_1 - S_2 = 2mg + \frac{m}{r}(v^2 - u^2) = 6mgr.$$

Altså er differensen uavhengig av farten og radien.

Oppgave 2

Vi finner først massesvinnet per reaksjon:

$$m = m_{før} - m_{etter} = (4 \cdot 1,00728 - (4,00260 + 2 \cdot 0,0005485799))u = 0,02542u.$$

Dette gir oss energien per reaksjon:

$$E = mc^2 = 0,02542 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (3,00 \cdot 10^8)^2 \text{ J} = 3,798 \cdot 10^{-12} \text{ J}.$$

Effekt per kubikkmeter i solas kjerne er

$$\frac{effekt}{volum} = \frac{3 \cdot 3,846 \cdot 10^{26}}{4\pi r^3} = \frac{3 \cdot 3,846 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3,14 \cdot (1,5 \cdot 10^8)^3} \frac{\text{W}}{\text{m}^3} = 27,21 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}.$$

Antall reaksjoner i sekundet blir effekt per kubikkmeter/energi per reaksjon=$27,21/3,798 \cdot 10^{-12} = 7,2 \cdot 10^{12}$ reaksjoner pr. kubikkmeter pr sekund. (Innerst i solas kjerne er reaksjonshastigheten omtrent ti ganger større, men vi får en lavere verdi siden vi ser på hele kjerna, og ikke bare den innerste, mest aktive delen.)

Oppgave 3

Idet B starter med farten $v_B = \sqrt{2gh}$ er A i høyden $h/2$ med farten $v_A = \sqrt{gh}$. Etter dette er begge i fritt fall med konstant relativ hastighet

$$\Delta v = v_B - v_A = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{gh}.$$

Kulene starter fritt-fall-fasen med en innbyrdes avstand $h/2$ og møtes etter tida

$$t = \frac{h/2}{\Delta v} = \frac{h}{2(\sqrt{2} - 1)\sqrt{gh}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Etter denne tida har B kommet til høyden

$$s = v_B t - \frac{1}{2}gt^2$$

som etter litt regning gir

$$s = \frac{5 + 2\sqrt{2}}{8}h = 0,978h.$$

Oppgave 4

Vi kan ta utgangspunkt i at for et foton med energien E er bevegelsesmengden $p = E/c$. Når dette fotonet reflekteres fra speilet endres bevegelsesmengden med to ganger dette, og det må også bli endringen av bevegelsesmengden til speilet. Kraft er ending i bevegelsesmengde per tid, og dermed er krafta på speilet

$$F = \frac{2}{c}P_{reflektert}$$

der $P_{reflektert}$ er reflektert energi per tid. Hvis solas effekt er P, avstanden til sola R og arealet til seilet A er

$$P_{reflektert} = \frac{P}{4\pi R^2}A$$

Demed får vi

$$F = \frac{2P}{2\pi c R^2} A = 5,1 \text{ mN}.$$

Oppgave 5

a) Kjølemaskinens effekt er:

$$P = \eta U I = 0,70 \cdot 220 \text{ V} \cdot 0,5 \text{ A} = 77 \text{ W}.$$

Energien som tilføres i perioden δt_1 fra 4,0 til 18,0 minutter (840 s) tilsvarer smeltevarmen for å fryse alt vannet til is. Varmen som overføres tilsvarer $Q = mL$ hvor m er massen til vannet. Vi får da:

$$m = \frac{P \Delta t_1}{L} = 0,19 \text{ kg}.$$

b) Ved tidspunktet $t = 19,0$ minutter har det gått $\Delta t_2 = 60$ sekunder siden alt vannet ble til is. Hvis temperaturendringen er ΔT får vi

$$-c_{is} m \Delta T = P \Delta t_2$$

og dermed

$$\Delta T = -\frac{P \Delta t}{m c_{is}} = -10,8 \text{ K}$$

Altså er temperaturen til isen etter 19,0 minutter -11 °C.

Oppgave 6

Vi forutsetter sirkelbane slik at farten og radien hele tida er konstant. Vi finner først banens radius R. Newtons 2. lov

$$\frac{\gamma M m}{R^2} = \frac{m v^2}{R}$$

der m er satellittens masse og v er farten gir

$$R = \frac{\gamma M}{v^2}.$$

Omløpstida T er

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\gamma M}{v^3}.$$

Dermed finner vi farta

$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi\gamma M}{T}} = 3071 \text{ m/s}.$$

Fartsendringen Δv må skje idet satellitten passerer ekvatorplanet, og med retning vinkelrett på satellittens fartsretning.

$$\Delta v = v \tan 1,3^\circ = 70 \text{ m/s}.$$

Oppgave 7

Vi kaller strømmene i de to lederne til venstre for amperemeteret for henholdsvis I_1 og I_2. Strømmene i de to lederne til høyre for amperemeteret må være like, og vi kaller dem I_3. Strømmen gjennom amperemeteret kaller vi I_A. Siden amperemeteret er ideelt, er resistansen her. Spenningen over motstanden $2R$ til venstre for amperemeteret, kaller vi U_1 og spenningen over motstanden R til høyre, kaller vi U_2. Da får vi følgende likninger:

$$I_1 = -I_A + I_3 \qquad I_2 = I_a + I_3$$
$$I_1 = \frac{U_1}{2R} \qquad I_2 = \frac{U_1}{R} \qquad I_3 = \frac{U_2}{R}$$
$$U_1 + U_2 = U$$

Da blir

$$\frac{U_1}{2R} = -I_A + \frac{U_2}{R}$$
$$\frac{U_1}{R} = I_A + \frac{U_2}{R}$$

Gitt $U_1 = U - U_2$ får vi

$$U - U_2 = -2RI_A + 2U_2$$
$$U - U_2 = RI_A + U_2$$

Videre

$$U_2 = \frac{U - RI_A}{2}$$

Dermed blir

$$U - \frac{U - RI_A}{2} = -2RI_A + 2\frac{U - RI_A}{2}$$

Og herav får vi at

$$I_A = \frac{U}{7R}$$

Alternativ løsning:

Siden amperemeteretet ikke har noen resistans kan vi tenke på det som en leder. Dermed er kretsen en seriekobling av to parallellkoblinger. Den venstre har resistansen $\frac{2}{3}R$ og den høyre $\frac{1}{2}R$. Totalresistansen er da $R_T = \frac{7}{6}R$ og totalstrømmen

$$I = \frac{U}{R_T} = \frac{6}{7}\frac{U}{R}$$

I den venstre parallellkoblingen må det gå dobbelt så mye strøm gjennom resistansen R som den med $2R$. Hvis vi kaller strømmen gjennom motstanden med resistansen $2R$ for I_1 har vi derfor $I_1 = \frac{1}{3}I$. I den høyre parallellkoblingen må det gå like mye strøm i hver grein, altså $I_2 = \frac{1}{2}I$ i hver. Strømmen gjennom amperemeteret er da $I_A = I_2 - I_1 = \frac{1}{6}I = \frac{U}{7R}$.