Fysikkolympiaden – Norsk finale 2021
Løsningsforslag

Oppgave 1

Vi kaller lengden av pedalen d, radien i det store tannhjulet (foran) R, radien i det lille tannhjulet (bak) r og radien i hjulet R_0. Krafta på pedalen kaller vi F_p og friksjonskrafta mellom hjulet og veien F. Massen til syklisten er M og massen til sykkelen m. Vi antar at massen til pedaler, tannhjul og sykkelhjul har så små treghetsmoment at vi kan se bort fra det kraftmomentet som skal til for å sette dem i rotasjon. Da er summen av kraftmoment både på det fremre tannhjulet og på sykkelhjulet lik null, som gir oss likningene

$$F_p d = SR$$
$$Sr = FR_0$$

der S er krafta i kjedet. Dette gir

$$F = \frac{rd}{RR_0} F_p = \alpha F_p.$$

Hvis vi tenker at hele vår vekt legges på pedalen kan vi anta at $F_p = Mg$, og da blir akselerasjonen

$$a_0 = \frac{F}{M+m} = \alpha \frac{Mg}{M+m} = 1,2 \text{ m/s}^2.$$

Når vi setter $F_p = Mg$ har vi gjort en antagelse om at massesenteret til syklisten ikke akselereres nedover, slik at summen av kreftene på syklisten i vertikal retning er null. Det betyr at vi må starte med beinet bøyd, og rette det ut i takt med at pedalen akselererer nedover. Hvis vi isteden antar at vi står med et stivt bein vil massesenteret akselerere nedover med samme akselerasjon a_p som pedalen. Da blir

$$F_p = M(g - a_p).$$

Vi har at $a_p = \alpha a$, og da blir akselerasjonen

$$\frac{1}{1 + \alpha^2 \frac{M}{M+m}} a_0 = 1,2 \text{ m/s}^2.$$

Forskjellen mellom de to antagelsene er altså liten.

Oppgave 2

Vi må regne ut hvor stort arbeid vi må gjøre for å fjerne alle delene uendelig langt fra hverandre. Vi kan tenke oss at vi gjør det med en liten del med massen dm av gangen. Massen til det som er igjen til enhver tid kaller vi m og radien i den gjenværende kula r. Den opprinnelige radien er R, og den totale massen er M. Vi har at

$$m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho,$$

og

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

Det nødvendige arbeidet er

$$W = \gamma \int_0^M \frac{mdm}{r^2} = \frac{16\pi^2\rho^2\gamma}{3}\int_0^R r^4 dr = \frac{16\pi^2\rho^2\gamma}{15} R^5 = 7,0 \cdot 10^{11} \text{ J}.$$

Oppgave 3

Fra grafen ser vi at hastigheten til atomer der sannsynligheten for denne hastigheten er 10 ganger mindre enn null hastighet er omtrent $v = 1,5 \cdot 10^4$ m/s. Disse vil absorbere stråling på bølgelengden

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} = 656,333 \text{ nm}$$

der $\lambda_0 = 656,3$ nm er senterfrekvensen. Det gir linjebredden

$$\Delta\lambda = 2(\lambda - \lambda_0) = 66 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

Oppgave 4

Vi kaller volumet til ballongen V, tettheten til lufta utenfor ballongen ρ, temperaturen utenfor ballongen T_1 og inni ballongen T_2. Oppdriften er lik tyngden til den fortrengte lufta, altså $F = \rho V g$. Vi trenger å finne tyngden til lufta inni ballongen, men vi kjenner ikke tettheten. La oss isteden tenke oss at vi tar den lufta og kjøler ned til samme temperatur som utenfor og se hvor stort volum V' den da får. Trykket er konstant, så $V' = V\frac{T_1}{T_2}$. Tyngden til lufta er da $G = \rho V' g = \rho V \frac{T_1}{T_2} g$. Massen den kan løfte er

$$\frac{F - G}{g} = \rho V \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = 2,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

Oppgave 5

Vi kaller initialfarten v med komponentene v_X (parallelt med platene) og v_y (vinkelrett på platene). For innfallsvinkelen har vi da

$$\sin\alpha = \frac{v_x}{v}$$

Mellom platene er det et elektrisk felt som gir akselerasjon i y-retningen, mens farten i x-retningen er uforandret lik v_x. Energibevaring gir at farten v' etter passering av platene er gitt fra

$$\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv^2 + eU$$

som gir

$$v' = \sqrt{v^2 + \frac{2eU}{m}}.$$

Da blir

$$\sin\beta = \frac{v_x}{v'}$$

og

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \sqrt{1 + \frac{2eU}{mv^2}}$$

som vi ser er uavhengig av α, men varierer med v.

Oppgave 6

Kondensatoren på den vertikale lederen nederst i midten er kortsluttet og kan fjernes. Den nedre delen av figuren er da en parallellkobling av en kondensator og to kondensatorer i serie. Det gir en kapasitans på $\frac{3}{2}C$, der C er kapasitansen til en enkelt kondensator. Det er en seriekobling mellom den nedre parallelkoblingen og kondesatoren til høyre, med totalkapasitans $\frac{3}{5}C$. Kretsen er altså ekvivalent med den stjernemerkede kondesatoren (kapasitans C) i serie med resten (kapasitans $C_T = \frac{3}{5}C$) Når bryteren lukkes vil spenningen på de to bli like, og vi har oppgitt at ladningen p åden stjernemerkede er Q. Ladningen på resten er Q', og vi får

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q'}{C_T}.$$

Da blir

$$Q' = \frac{C_T}{C}Q = \frac{3}{5}Q.$$

Den opprinnelige ladningen må da ha vært

$$Q_0 = Q + Q' = \frac{8}{5}Q.$$