



Fysikkolympiaden - Norsk finale 2023

Fredag 24. mars kl 8.30 til 11.00

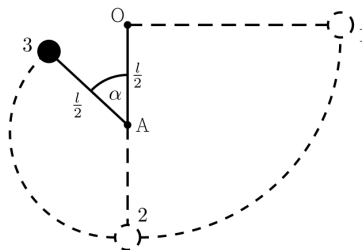
Hjelpemidler: Lommeregner og utdelt formelark (2)

Oppgavesettet består av 2 sider og det er 6 oppgaver.

Lykke til!

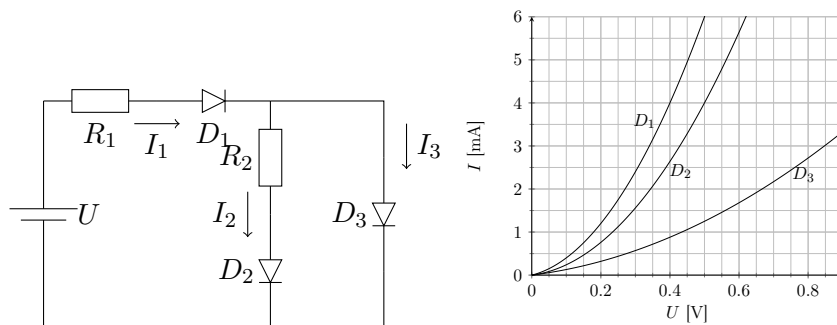
Oppgave 1

En snor med lengde l er festet ved O og har en liten ball i enden. Vi holder ballen rett ut (stilling 1) og slipper den fra ro. Idet ballen når det laveste punktet (stilling 2) treffer snora en pinne som står ut av planet i punktet A. Avstanden fra O til A er $l/2$. Finn vinkelen α der snordraget blir 0.



Oppgave 2

En strømkrets består av et batteri, to motstander og tre dioder som vist i figuren.



I denne kretsen går strømmen $I_2 = 2,0$ mA gjennom dioden D_2 . Strøm-spenning karakteristikkene til diodene er vist i grafene. $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$. Finn strømmene I_1 og I_3 og batterispenningen U .

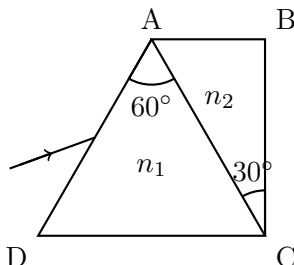
Oppgave 3

En vannkjele fylt med vann har en varmeeffekt $P = 1,0$ kW. Kjelen har en tut med et areal $A = 1$ cm². Hva er den største farten vanndampen som kommer ut av tuten får? Vannets fordampningsvarme

er $L = 2257 \text{ kJ/kg}$ og lufttrykket er $p_0 = 101 \text{ kPa}$. Massen til et vannmolekyl er $m = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ og vi kan regne vanndampen som en ideell gass.

Oppgave 4

To prizmer er satt sammen som vist i figuren.



Glass-sortenes brytningsindekser kan uttrykkes ved

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2} \quad \text{og} \quad n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2},$$

der λ er bølgelengden $a_1 = 1,1$, $b_1 = 10^5 \text{ nm}^2$, $a_2 = 1,3$ og $b_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ nm}^2$. Utenfor prismene er det luft med brytningsindeks $n_0 = 1$.

- Bestem bølgelengden λ til den innfallende strålingen når denne ikke blir brutt ved grenselinjen AC.
- Beregn bølgelengden til den strålingen som faller inn parallelt med grunnflaten DC og også går ut av systemet parallelt med denne.

Du kan få bruk for at $\sin(x + y) = \cos x \sin y + \sin x \cos y$.

Oppgave 5

To lange rette ledere med diameter d og tilnærmet null resistans ligger parallelt i en avstand $D \gg d$. I den ene enden er lederne koblet til en spenningskilde med spenning U , og i den andre enden er lederne koblet sammen gjennom en motstand med resistans R . Hvor stor må R være for at de elektriske og magnetiske kreftene mellom lederne skal være like store?

Oppgave 6

En kule med radien R støter mot en plan vegg. Rett før støtet har kula farten u som danner en vinkel på $\alpha_1 = 45^\circ$ med normalen til veggene og den roterer ikke. Rett etter støtet er farten v og den danner $\alpha_2 = 30^\circ$ med normalen. Anta at det er friksjon mellom kula og veggene, og at kula i hele støtperioden glir mot veggene. Anta også at kula i seg selv er perfekt elastisk, slik at det eneste arbeidet som blir gjort er det som kommer fra friksjonen. Finn farten v og hvilken vinkelfart ω som kula roterer med, uttrykt ved u og R .

Fysikkolympiaden – Norsk finale 2023

Løsningsforslag

Oppgave 1

Vi regner nullpunktet for potensiell energi i banens laveste punkt. Da er potensiell energi i startpunktet mgl og i posisjon 3, der snordraget blir null, $mg\frac{l}{2}(1 + \cos \alpha)$. Hvis vi kaller farta i posisjon 3 for u gir energibevaring at

$$\frac{1}{2}mu^2 = mgl - mg\frac{l}{2}(1 + \cos \alpha) = mg\frac{l}{2}(1 - \cos \alpha).$$

Idet snordraget blir null er radialkomponenten til tyngden sentripetalkrafta, som betyr at

$$m\frac{u^2}{l/2} = mg \cos \alpha.$$

Dermed er

$$\frac{1}{2}mg\frac{l}{2} \cos \alpha = mg\frac{l}{2}(1 - \cos \alpha)$$

som gir

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

eller $\alpha = 48^\circ$.

Oppgave 2

Vi vet at $I_2 = 2,0$ mA, og da ser vi av grafen at spenningen over D_2 er 0,35 V. Vi har også at spenningen over R_2 er $R_2 I_2 = 0,1$ V. Totalt er dermed spenninga over denne greina 0,45 V, som også må være spenninga over D_3 . Fra grafen har vi da at $I_3 = 1,1$ mA. Dermed må $I_1 = I_2 + I_3 = 3,1$ mA. Da får vi at spenningen over R_1 og D_1 tilsammen er $R_1 I_1 + 0,35$ V = 0,66 V. Spenningen over batteriet er da 0,66 V + 0,45 V = 1,1 V.

Oppgave 3

Når vannet koker er massen vann som fordampet i tidsrommet t lik $M = Pt/L$. Dette svarer til at antall molekyler $N = M/m$. Den vanndampen som produseres har volumet $V = Nk_B T/p_0$ der $T = 373$ K er temperaturen. Denne dampen må pasere ut gjennom tuten som en sylinder med lengden $l = V/A$, og den må dermed ha farta $v = l/t$. Setter vi sammen alle uttrykkene får vi

$$v = \frac{Pk_B T}{mALp_0} = 7,6 \text{ m/s.}$$

Oppgave 4

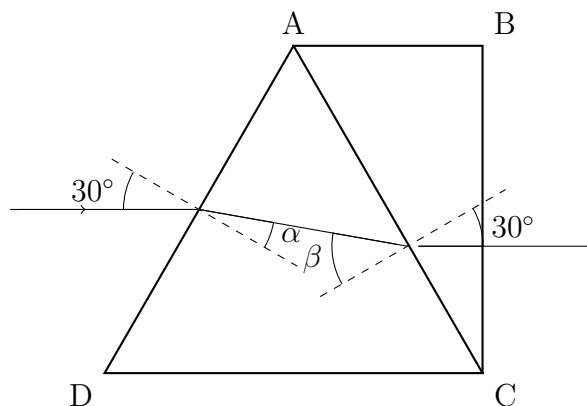
a) Hvis strålen ikke blir brutt betyr det at brytningsindeksene er like

$$a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2} = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2},$$

som gir

$$\lambda = \sqrt{\frac{b_1 - b_2}{a_2 - a_1}} = 500 \text{ nm.}$$

b)



Snells lov for de to brytningene gir

$$n_1 \sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$
$$n_1 \sin \beta = n_2 \sin 30^\circ = \frac{n_2}{2}.$$

Vi har også at $\alpha + \beta = 60^\circ$, som betyr at

$$\sin \beta = \sin(60^\circ - \alpha) = \sin 60^\circ \cos \alpha - \cos 60^\circ \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \frac{1}{2} \sin \alpha.$$

Dette gir ved innsetting og kvadrering

$$(3a_1^2 - a_2^2 - a_2 - 1)\lambda^4 + (6a_1b_1 - 2a_2b_2 - b_2)\lambda^2 + 3b_1^2 - b_2^2 = 0.$$

Setter vi inn tall får vi $\lambda = 1,2 \mu\text{m}$.

Oppgave 5

Strømmen gjennom lederne er $I = U/R$. For å finne den magnetiske krafta trenger vi magnetfeltet B som den ene lederen lager i posisjonen til den andre. Dette finner vi ved å legge en sirkulær Amperevei med radien D rundt lederen. Amperes lov gir da

$$2\pi DB = \mu_0 I$$

eller

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D}.$$

Dermed er den magnetiske krafta

$$F_m = ILB = \frac{\mu_0 LI^2}{2\pi D}$$

der L er lengden til lederne.

For å finne den elektriske krafta må vi finne ladningen på hver av lederne og det elektriske feltet fra den ene på den andre. At lederne får en ladning kan vi forstå enten ved å tenke på dem som en kondensator med en spenning

over, eller ut fra at siden det er en spenning mellom dem må det være et elektrisk felt mellom dem, og det må komme fra ladningen. Hvis vi kaller ladningen på en leder Q (og den andre får da $-Q$) og legger en sylindrisk Gaussflate med radius r omkring lederen får vi at $2\pi r L E(r) = Q/\epsilon_0$ eller

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0}.$$

Potensialet mellom de to lederne er da

$$U = 2 \int_{d/2}^D E(r) dr = \frac{Q}{\pi L \epsilon_0} \ln \frac{2D}{d}.$$

Her ganger vi med 2 for å ta hensyn til feltet fra begge lederne. Den elektriske krafta på en leder er

$$F_e = QE(D) = \frac{Q^2}{2\pi D L \epsilon_0}.$$

Vi kan nå sette $F_e = F_m$ og finner at

$$R = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln \frac{2D}{d}.$$

Oppgave 6

Siden ballen spretter elastisk botsett fra friksjonen betyr det at komponenten av farta vinkelrett på veggen er den samme etter støtet som den var før (men med motsatt retning). Dermed har vi at

$$u \cos \alpha_1 = v \cos \alpha_2,$$

som gir farta

$$v = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} u.$$

Endringen i bevegelsesmengden parallelt med veggen er

$$\Delta p = mu \sin \alpha_1 - mv \sin \alpha_2 = \int F dt$$

der m er massen til kula og integralet er over tida støtet tar. F vil være tidsavhengig siden normalkrafta varierer gjennom støtet. Tilsvarende har vi at endringen i spinn er

$$I\omega = \Delta L = \int \tau dt = R \int F dt = R\Delta p,$$

der τ er kraftmomentet fra friksjonskrafta og $I = \frac{2}{5}mR^2$ er treghetsmomentet til kula. Dermed er

$$\omega = \frac{mR}{I}(u \sin \alpha_1 - v \sin \alpha_2) = \frac{5u}{2R}(\sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \tan \alpha_2).$$