UiO : Universitetet i Oslo

Norsk fysikklærerforening

Fysikkolympiaden – Norsk finale 2013

3. uttakingsrunde

Fredag 22. mars kl. 09.00 til 11.00

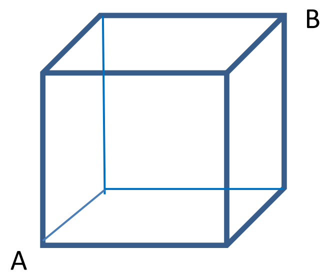
Hjelpemidler: Tabell/formelsamling, lommeregner og utdelt formelark

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 3 sider

Lykke til!

Oppgave 1 (2 poeng)

Alle 12 sidekantene i figuren har resistansen 1 Ω. Finn resistansen mellom A og B.

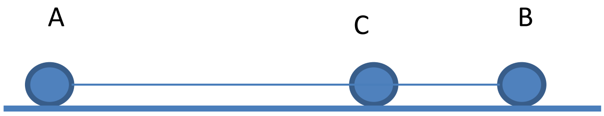


Oppgave 2 (2 poeng)

En lang spole med n viklinger per lengdeenhet fører en strøm I. Bruk Ampères lov å finne magnetfeltet innenfor spolen.

Oppgave 3 (4 poeng)

To små kuler (A og B) er festet i hver sin ende av en ikke-ledende stang.



Mellom disse er det en tredje kule (C) som kan gli uten friksjon på stangen. Alle tre kulene har ladningen *q* og massen *m*, og de er ikke-ledende. Hele systemet er plassert på en horisontal ikke-ledende flate uten friksjon. Vi starter med at hele systemet holdes i ro, og C har avstanden *x* til B og 3*x* til A. Systemet slippes.

Finn den maksimale farten til kule C.

Oppgave 4 (4 poeng)

Når en heliumballong stiger vil den utvide seg fordi trykket i atmosfæren synker med stigende høyde.

Vi antar at trykket i atmosfæren avtar med høyden (*y*) over jordoverflaten etter følgende modell:

$$p(y) = p_0 e^{\frac{-Mg}{RT_0}\cdot y}$$

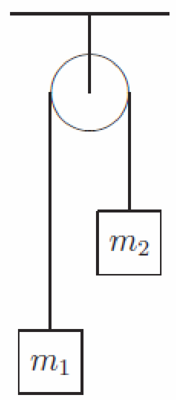
Her er p_0 trykket ved jordoverflaten og T_0 er temperaturen som vi antar er konstant. M er den molare massen av luften, g er tyngdeakselerasjonen og R er gasskonstanten. p_0 = 102,0 kPa og temperaturen $T_0 = 0\,^{\circ}\mathrm{C}$.

En heliumfylt ballong sendes opp fra jordoverflaten. Ved starten er volumet V_0 og trykket p_0. Vi antar at under oppstigningen utveksler ballongen ikke varme med omgivelsene. Ballongen sprekker når volumet har økt med 10 % i forhold til V_0.

Bestem den maksimale høyden ballongen kan nå før den sprekker.
(Du kan få bruk for at Υ = 5/3 for helium)

Oppgave 5 (4 poeng)

To lodd med masser m_1 og m_2 ($m_1 > m_2$) henger i en masseløs snor som går over en trinse som er festet i taket.



Trinsa er en sylinder med massen M og radius R og den kan rotere uten friksjon omkring aksen. Anta at snora ikke glir mot trinsen. Finn akselerasjonen til m_1.

Oppgave 6 (6 poeng)

Vi skal finne et såkalt Lagrangepunkt i forhold til jordas bane rundt sola. Normalt vil en satellitt som beveger seg i en sirkulær bane rundt sola og nærmere sola enn jorda er, ha en hastighet som er større enn jordas, og en omløpstid som er mindre (Keplers 3. lov). På linja mellom sola og jorda finnes det imidlertid et punkt der vi kan plassere en satellitt slik at omløpstida blir akkurat et år, akkurat som jordas. Dette er fordi satellitten påvirkes av jordas tyngdefelt i tillegg til solas. Dette er nyttig fordi satellitten da alltid har samme avstand til jorda, og aldri kommer på andre siden av sola slik at det er vanskelig å kommunisere med den. Dette brukes for eksempel til satellitter som skal observere sola.

Vi kaller massen til sola M_s , massen til jorda M_j , avstanden fra sola til jorda r_j , og vi antar at jorda går i en sirkulær bane.

Vi kaller avstanden fra jorda til Lagrangepunktet d og innfører $y = \frac{d}{r_j}$

Siden jordas masse er liten i forhold til solas, blir $y << 1$.

Finn et tilnærmet uttrykk for avstanden fra jorda til Lagrangepunktet.

Fysikkolympiaden 2012/2013 – Norsk finale

Løsninger

Oppgave 1

Symmetri gir:

$$R_{tot} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5R}{6} = \frac{5}{6}\Omega$$

Oppgave 2

Amperes lov gir bare bidrag på langs inne i spolen (symmetri).

$\int_a^b Bdl = BL$ og dermed blir $BL = \mu_0 I_{encl} = \mu_0 nLI$ og $B = \mu_0 nI$

Oppgave 3

Kule C har farten v_1 og kulene A og B v_2. Bevaring av bevegelsesmengde (positiv retning mot høyre på figuren):

$$-mv_1 + 2mv_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2}$$

Farten v_1 må være størst midt mellom A og B. Etter det vil det være en netto kraft mot høyre.

Energibevaring gir:

$$k\frac{q^2}{3x} + k\frac{q^2}{x} = \tfrac{1}{2}mv_{1maks}^2 + \tfrac{1}{2}(2m)v_2^2 + 2k\frac{q^2}{2x}$$

Dette gir maksimal fart:

$$v_{1maks} = \frac{2q}{3}\sqrt{\frac{k}{mx}}$$

Oppgave 4

Ballongen sprekker når $V_1 = 1{,}1 \cdot V_0$. Trykket er da gitt av adiabatligningen der γ = 5/3 for helium:

$p_0 V_0^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma}$ Det vil si $p_1 = \left(\frac{1{,}1 \cdot V_0}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}} \cdot p_0 = 0{,}85 \cdot p_0$

$\frac{p_0}{p_1} = e^{\frac{-Mg}{RT_0} \cdot y}$ altså er

$\ln\left(\frac{p_0}{p_1} \right) = -\frac{Mg}{RT_0} \cdot y$ som gir $y = -\ln(0{,}85) \cdot \frac{RT_0}{Mg} = 1{,}3 \cdot 10^3 \text{ m}$

Oppgave 5

Vi får

$$m_1 g - S_1 = m_1 a$$
$$m_2 - S_2 = -m_2 a$$

Videre er $\tau = I\alpha$ og for trinsen er $I = \frac{1}{2} MR^2$

Siden snora ikke glir mot trinsen er $\alpha = \frac{a}{R}$

Det gir $S_1 R - S_2 R = I\alpha = \frac{MR^2 a}{R}$

Altså: $S_1 - S_2 = \frac{1}{2} Ma$

Tre likninger som kan løses, og vi får

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M}$$

Oppgave 6

Avstanden fra jorda til Lagrangepunktet er d og avstanden fra sola til Lagrangepunktet er $r = r_j - d$.
Hvis vi legger et legeme med massen m i Lagrangepunktet er tyngdekraften fra jorda

$F_j = \dfrac{GM_j m}{d^2}$ og fra sola $F_s = \dfrac{GM_s m}{r^2}$

Summen av disse må være lik sentripetalkraften:

$$F_s - F_j = mr\omega^2$$

Vinkelfarta må være den samme som for jorda hvis legemet skal beholde sin posisjon relativt til jorda.
Det vil si at vi har

$\dfrac{GM_s}{r_j^2} = r_j\omega^2$ (tyngdekraften fra sola på jorda må være lik sentripetalkrafta som holder jorda i sirkelbanen). Vi har da likningen

$$\frac{GM_s m}{(r_j - d)^2} - \frac{GM_j m}{d^2} = (r_j - d)\frac{GM_s m}{r_j^3}$$

Vi bruker $y = \dfrac{d}{r_j}$ og at $r_j - d = r_j(1 - y)$

Da får vi (etter litt regning):

$$3y^3(1 - y + \frac{y^2}{3}) = \frac{M_j}{M_s}(1 - y)^2$$

y << 1 og dermed blir

$3y^3 = \dfrac{M_j}{M_s}$ og $d = yr_j = r_j \cdot \sqrt[3]{\dfrac{M_j}{3M_s}}$