UiO : Universitetet i Oslo

Norsk fysikklærerforening

Fysikkolympiaden – Norsk finale 2016

Fredag 8. april kl. 09.00 til 11.30

Hjelpemidler: Tabell/formelsamling, lommeregner og utdelt formelark

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 2 sider

Lykke til!

Oppgave 1

En partikkel (A) med massen m kolliderer rett mot en annen partikkel (B) med massen M i en elastisk kollisjon. Partikkel B er i ro før støtet.

For hvilken verdi av M mister partikkel A mest kinetiske energi?

Oppgave 2

En metallstav med masse m kan gli uten friksjon på to lange, parallelle metallskinner som danner en vinkel α med horisontalplanet. Skinnene er forbundet med en kondensator med kapasitansen C, og avstanden mellom skinnene er l. Systemet befinner seg i et homogent magnetisk felt B som står normalt på planet skinnene og staven danner.

Metallstaven slippes fra ro og glir nedover de to skinnene. Finn akselerasjonen til metallstaven.

Oppgave 3

Vi slipper en isklump med massen 1,0 kg og temperaturen 0 ^{0}C ut i en stor innsjø der temperaturen er 20 ^{0}C.

Smeltevarmen er l = 334 kJ/kg. Spesifikk varmekapasitet for vann er c = 4,2 kJ/kg K.

Finn entropiendringen i denne prosessen.

Oppgave 4

En masseløs stang kan svinge fritt som en pendel. På stangen er det festet to små kuler, en med massen m i avstanden l fra opphengningspunktet, og en med massen $2m$ i avstanden $4l$ fra opphengningspunktet. Hele stangen har lengden $4l$. Stangen holdes vannrett og slippes.

Bestem farten til massesenteret idet stangen med kulene passerer loddrett posisjon, og bestem spinnet.

Oppgave 5

I en sving er veien ofte dosert, det vil si at veibanen danner en vinkel med horisontalplanet. Hvor stor doseringen skal være er avhengig av hvilken fart svingen er beregnet for. Det kan derfor lages en dosering med akkurat riktig vinkel slik at det ikke kreves noe friksjon for å hindre at en bil sklir ut av veien.

En slik sving er konstruert for farten v, og doseringsvinkelen er α. Hvor stor friksjonskoeffisient mellom hjulene og veien må vi ha for at en bil med farten $2v$ som kjører gjennom svingen ikke skal skli? Uttrykk svaret som en funksjon av α.

Oppgave 6

Vi vil lagre elektroner ved å la dem gå i sirkelbane i et magnetfelt. Elektronene skal gå i en vannrett sirkel med sentrum på z-aksen, og de skal gå med farten v. Elektronene har ladningen q og massen m. Hvis magnetfeltet er homogent vil elektronene falle ned på grunn av tyngdekraften. Vi har derfor et magnetfelt gitt ved en komponent i z-retning som er $B_z = B_0\left(1 - \frac{z}{z_m}\right)$, og en komponent i radiell retning som er $B_r = \frac{B_0}{2z_m} r$ der B_0 og z_m er gitte konstanter.

I hvilken høyde z må vi sende inn elektronene for at de skal holde seg på samme høyden, og hva må radien i sirkelen være?

Fysikkolympiaden – Norsk finale 2016

Løsningsforlag

Oppgave 1

Den største endring i kinesisk energi må være når partikkel A stopper helt i støtet.

Da gir bevaring av bevegelsesmengde

$$m v_{A1} = M v_{B2}$$

Samtidig skal vi ha bevaring av energi

$$\tfrac{1}{2} m v_{A1}^2 = \tfrac{1}{2} M v_{B2}^2$$

Av dette finner vi at

$v_{A1} = v_{B2}$ og $m = M$

<u>En litt mer omstendelig løsning er:</u>

Endring av kinetisk energi for partikkel A er

$$\Delta K = \tfrac{1}{2} m v_{A1}^2 - \tfrac{1}{2} m v_{A2}^2$$

Bevaring av bevegelsesmengde:

$m v_{A1} = m v_{A2} + M v_{B2}$ som gir

$$v_{B2} = \frac{m v_{A1} - m v_{A2}}{M}$$

For et elastisk støt har vi også at

$v_{A1} + v_{A2} = v_{B2}$ (partikkel B er i ro før støtet)

Da blir

$$v_{A2} = \frac{m - M}{m + M} v_{A1}$$

Og dermed

$$\Delta K = \tfrac{1}{2} m v_{A1}^2 - \tfrac{1}{2} m v_{A2}^2 = \tfrac{1}{2} m v_{A1}^2 - \tfrac{1}{2} m \left(\frac{m - M}{m + M} \right)^2 v_{A1}^2$$

Deriverer

$$\frac{d\Delta K}{dM} = 2 m v_{A1}^2 \frac{m - M}{(m + M)^3}$$

Den deriverte er null når $m = M$. Altså mister partikkel A mest kinetisk energi når massene er like store.

Oppgave 2

Newtons 2. lov gir

$$m g \sin\alpha - ilB = m a$$

Ladningen på kondensatoren finner vi av

$$Q = CU = CBlv$$

Strømmen i kretsen er en funksjon av tiden, og vi får

$$i = \frac{dQ}{dt} = CBl \frac{dv}{dt} = CBla$$

Da blir

$$m g \sin\alpha - CBla \cdot lB = m a$$

Dette gir

$$a = \frac{m g \sin\alpha}{m + CB^2 l^2}$$

Oppgave 3

Isen smelter, og smeltevannet varmes opp til 20 ^{0}C.

Vannet i innsjøen holder konstant temperatur.

Setter

T_0= 273 K

T_{slutt} = 293 K

Når isen smelter ved konstant temperatur får vi

$$\Delta S_1 = \frac{Q}{T_0} = \frac{m_{is} l}{T_0} = 1223 \mathrm{J/K}$$

Og når smeltevannet varmes opp:

$$\Delta S_2 = \int_{T_0}^{T_{slutt}} \frac{dQ}{T} = \int_{T_0}^{T_{slutt}} \frac{m_{is} c}{T} dT = m_{is} c \ln \frac{T_{slutt}}{T_0} = 297 \mathrm{J/K}$$

Innsjøen endrer ikke temperatur, og entropiendringen blir:

$$\Delta S_3 = \frac{m_{is} l + c m_{is} \Delta T}{T_{slutt}} = -1427 \mathrm{J/K}$$

Da blir

$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$ og innsatt verdier får vi da:

$$\Delta S = 93 \mathrm{J/K}$$

Oppgave 4

Finner først tyngdepunktet (massesenteret, dvs avstanden fra opphengningspunktet)

$$x_T = \frac{m l + 2m 4l}{m + 2m} = 3l$$

Alle punkter på stangen har samme vinkelfart, $\omega = \frac{v_T}{r}$

Energibevaring gir:

$$\tfrac{1}{2} m (l\omega)^2 + \tfrac{1}{2} 2m (4l\omega)^2 = mgl + 2mg4l$$

Som gir $\omega = \sqrt{\frac{6g}{11l}}$

Tyngdepunktets fart blir da: $v_T = \omega \cdot 3l = 3\sqrt{\frac{6gl}{11}}$

Treghetsmomentet blir

$$I = ml^2 + 2m(4l)^2 = 33ml^2$$

Og spinnet:

$$L = I\omega = 33ml^2\sqrt{\frac{6g}{11l}}$$

Oppgave 5

Når farten er *v*, får vi i henholdsvis horisontal og vertikal retning:

$$N \sin\alpha = m\frac{v^2}{r}$$

og

$$N \cos\alpha = mg$$

Her er *N* normalkraften, og det er bare de to kreftene normalkraften og tyngden som virker på bilen. Radien i svingen er *r*.

Av disse to ligningene får vi at $\tan\alpha = \frac{v^2}{gr}$

Når farten blir større, må vi altså ha friksjon for at bilen ikke skal skli. Nå får vi:

$$N \sin\alpha + R\cos\alpha = m\frac{(2v)^2}{r}$$

og

$$N\cos\alpha - R\sin\alpha = mg$$

Vi setter inn uttrykket for *v* og får

$$N\sin\alpha + \mu N\cos\alpha = m\frac{4gr\tan\alpha}{r}$$

$$N\cos\alpha - \mu N\sin\alpha = mg$$

Vi dividerer de to ligningene:

$$\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \frac{4gr\tan\alpha}{gr}$$

Av dette:

$$\mu = \frac{3\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha} = \frac{3\sin\alpha\cos\alpha}{1 + 3\sin^2\alpha}$$

Oppgave 6

Elektronene beveger seg i en vannrett sirkel, og de får en kraft i *z*-retning på grunn av den radielle komponenten av magnetfeltet. Kraften blir:

$$F_z = qvB_r$$

For at elektronene skal gå i en vannrett sirkel må

$$F_z = qvB_r = mg$$

Og vi får

$$qv\frac{B_0}{2z_m}r = mg \quad \text{som gir} \quad r = \frac{2z_m \cdot mg}{qvB_0}$$

Kraften i radiell retning får vi av:

$$F_r = qvB_z = m\frac{v^2}{r}$$

Finner *z* av

$$qvB_0(1 - \frac{z}{z_m}) = m\frac{v^2}{r} = \frac{mv^2qvB_0}{2z_m mg} \quad \text{som gir}$$

$$z = z_m - \frac{v^2}{2g}$$