Norsk Fysikklærerforening
I samarbeid med Skolelaboratoriet,
Fysisk institutt, UiO

FYSIKK-OLYMPIADEN 2015 – 2016

Andre runde: 2. februar – 2016

Skriv øverst:

Navn, fødselsdato, e-postadresse og skolens navn

Varighet: *3 klokketimer*

Hjelpemidler: *Tabell med formelsamling, lommeregner*

Prøven består av 3 sider og det er 8 oppgaver.

Lykke til!

Oppgave 1 (2 poeng)

En satellitt går i en tilnærmet sirkelbane rundt jorda i en høyde h over jordoverflaten. Satellitten går i lav bane slik at vi kan regne at $h << R_j$. Satellitten har massen m, og jorda har massen M og radien R_j.

Finn et uttrykk for den energien som skal til for å flytte satellitten fra den lave banen til uendelig langt borte. Se bort fra virkningen av andre himmellegemer.

Oppgave 2 (3 poeng)

Et legeme faller fritt fra et punkt A. Etter at det har falt i t sekunder, kaster vi et annet legeme rett ned fra samme punkt med startfarten v_0.

I hvilken avstand fra punkt A vil det siste legemet nå igjen det første?

Oppgave 3 (3 poeng)

Pavel Kulizhnikov til venstre

Russeren Pavel Kulizhnikov satte ny verdensrekord på 500 m skøyter i et World Cup stevne i Salt Lake City 20. november 2015. Den nye tiden lyder på 33,98 s. Han gikk siste ytre sving som har en minste indre radius på 30,0 m. Mot slutten av svingen ligger han midt i banen og farten måles til 61,0 km/h. Hver bane har en bredde på 4,0 m. Vi antar at Pavel har en masse på 85 kg.

Hva er kraften fra underlaget i det bare én skøyte er i kontakt med isen, og hvilken vinkel danner kroppen mot isen?

Anta nå at han hadde hatt siste indre hvor den indre radiusen er 25,5 m. Han ligger også nå midt i banen med samme banefart. Hva får du nå? Sammenlign svarene og kommenter hvorfor det er en fordel å ha siste ytre.

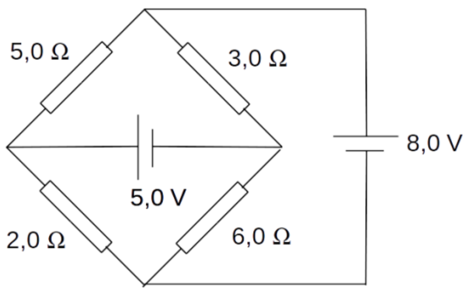
Oppgave 4 (2 poeng)

Nukliden ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ er radioaktiv. Hvilken ny kjerne blir dannet når en ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ - kjerne omdannes?

Oppgave 5 (3 poeng)

En krets med to batterier og fire motstandere er koplet som vist på figuren.

Finn strømmene gjennom de to batteriene.



Oppgave 6 (4 poeng)

Anta at planetene går i sirkulære baner rundt sola, med radien *R* og perioden *T*. Bruk data fra tabellen til å teste følgende hypotese grafisk:

«T er proporsjonal med R^{α} , hvor α er en konstant.»

Planet	**R [10^8 km]**	**T [dager]**
Jorda	1,49	365
Mars	2,28	687
Jupiter	7,78	4333
Uranus	28,7	30690

Hint: Her må du bruke logaritmer.

Oppgave 7 (4 poeng)

En golfspiller vil øke utgangsfarten til golfballen. Er det da mest lønnsomt å øke køllehodets masse med 10 %, eller øke farten på køllehodet i det det treffer golfballen med 10 %? Anta at støtet mellom køllehodet og golfballen er elastisk.

Oppgave 8 (4 poeng)

To lodd med massen *m* henger i et uelastisk bånd over to trinser slik figur 1 viser. Avstanden mellom trinsene er 1,0 m. Fra høyden 1,0 m over båndet slippes et legeme med massen *m*. Legemet treffer båndet midt på uten å falle av slik figur 2 viser.
Hvor langt har det fallende legemet skjøvet båndet nedover idet det har nådd sitt laveste punkt? Vi ser bort fra friksjon og massen av trinsene og båndet.

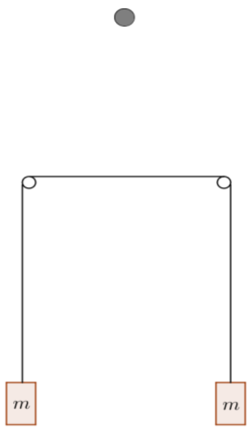


Fig 1

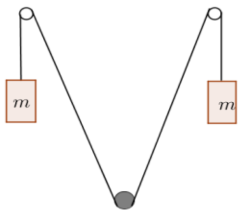


Fig 2

Fysikkolympiaden 2015/2016

Løsningsforslag til 2. runde

Oppgave 1

For den lave satellittbanen kan vi sette $R = R_j + h \approx R_j$

Da er totalenergien gitt av $E = -\gamma \dfrac{mM}{2R_j}$.

I uendelig er totalenergien 0, og da blir energien som skal til for å flytte satellitten:

$$\Delta E = 0 - E = \gamma \frac{mM}{2R_j}$$

Oppgave 2

Legeme 1 faller tiden $t + \Delta t$ før legeme 2 når det igjen, og det og tilbakelegger stekningen s gitt ved

$$s = \frac{1}{2} g (t + \Delta t)^2 \qquad (1)$$

Legeme 2 faller i Δt og skal også tilbakelegge stekningen s gitt ved

$$s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} gt(\Delta t)^2 \qquad (2)$$

Setter (1) lik (2) og løser for Δt

$$\frac{1}{2} g (t + \Delta t)^2 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} gt(\Delta t)^2$$

$$\vdots$$

$$\Delta t = \frac{gt^2}{2(v_0 - gt)} \qquad (3)$$

Setter (3) inn i (1) og finner avstanden fra punkt A hvor legemene møtes.

$$s = \frac{1}{2} g \left(t + \frac{gt^2}{2(v_0 - gt)} \right)^2 = \frac{1}{2} gt \left(\frac{2v_0 - gt}{2(v_0 - gt)} \right)$$

Vi legger merke til at v_0 må være større enn gt, altså farten til legeme 1, idet legeme 2 blir kastet.

Oppgave 3

$F_y = mg$

$F_x = m\frac{v^2}{r}$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \left(\frac{gr}{v^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{9{,}81 \cdot 32{,}0}{\left(\frac{61{,}0}{3{,}6}\right)^2}\right) = 47{,}55° = 48°$$

Vi runder av til to gjeldende siffer siden det er gjort overslag på baneradiusen. Fra underlaget blir da kraften:

$$F_{underlag} = \frac{F_y}{\sin\theta} = \frac{mg}{\sin\theta} = \frac{85 \cdot 9{,}81}{\sin 47{,}55°}\text{N} = 1130\text{N} = 1{,}1\text{kN}$$

Om Pavel hadde gått siste indre, ville vinkelen med underlaget blitt:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \left(\frac{gr}{v^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{9{,}81 \cdot 27{,}5}{\left(\frac{61{,}0}{3{,}6}\right)^2}\right) = 43{,}22° = 43°$$

Kraften fra underlaget ville da blitt:

$$F_{underlag} = \frac{F_y}{\sin\theta} = \frac{mg}{\sin\theta} = \frac{85 \cdot 9{,}81}{\sin 43{,}22°}\text{N} = 1218\text{N} = 1{,}2\text{kN}$$

Vi ser at vinkelen blir mindre som kan resultere i at skøyta lettere ”glipper” og Pavel ville glidd ut av banen. Det kreves en større kraft å gå siste indre fordi beina til Pavel må presse omtrent 0,1kN mer ned i isen for å holde seg oppe. Det vil derfor føles tyngre å gå siste indre. Dette medfører at Pavel må være sterkere for å klare en siste indre med samme fart.

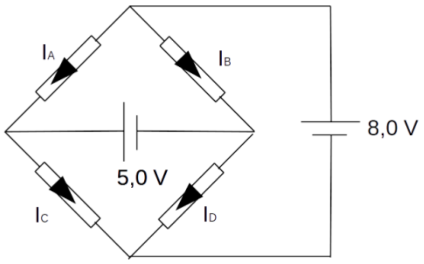
Oppgave 4

Svaret er : ${}^{3}_{2}\text{He}$

${}^{3}_{1}\text{H}$ har overskudd av nøytroner, og et nøytron vil omdannes til et proton og et elektron. Vi kan sjekke i tabellen at dette stemmer, ${}^{3}_{1}\text{H}$ er en β^- - emitter.

Oppgave 5

Vi kaller de fire strømmene gjennom motstandene $I_A \dots I_D$ som vist



Da får vi disse fire likningene:

$$5{,}0\Omega\, I_A + 2{,}0\Omega\, I_C = 8{,}0\text{ V}$$

$$3{,}0\Omega\, I_B + 6{,}0\Omega\, I_D = 8{,}0\text{ V}$$

$$-5{,}0\Omega\, I_A + 3{,}0\Omega\, I_B = 5{,}0\text{ V}$$

$$I_A + I_B = I_C + I_D$$

Disse kan vi løse og vi finner

$$I_A = 0{,}47\text{ A},\qquad I_B = 2{,}45\text{ A},\qquad I_C = 2{,}82\text{ A},\qquad I_D = 0{,}11\text{ A}$$

Strømmen gjennom batteriet på 8,0 V er $I_A + I_B = 2{,}9$ A

Strømmen gjennom batteriet på 5,0 V er $I_C - I_A = 2{,}4$ A

Oppgave 6

T er proporsjonal med R^{α} gir formelen:

$T = kR^{\alpha}$

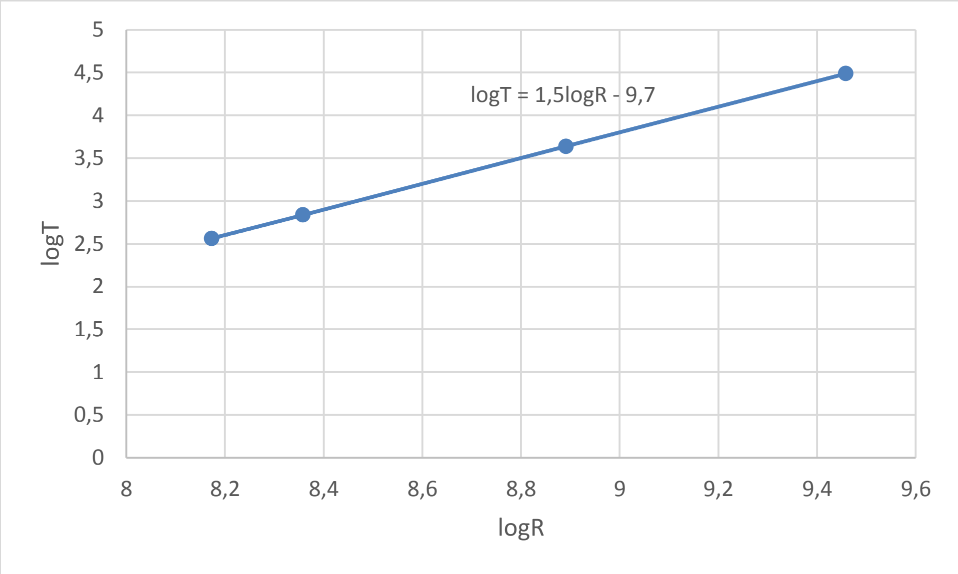
Tar logaritmen på begge sider og får

$logT = log(kR^{\alpha})$

$logT = \alpha logR + logk$

Der α er stigningen til kurven og $logk$ er skjæringen med 2.aksen i et dobbelt-logaritmisk diagram.

Planet	R [10^8 km]	$\log R$	T [dager]	$\log T$
Jorda	1,49	8,173	365	2,562
Mars	2,28	8,358	687	2,837
Jupiter	7,78	8,891	4333	3,637
Uranus	28,7	9,458	30690	4,487



Stigningstallet er 1,5 og dermed:

$T = kR^{1,5}$ gir at $T \propto R^{1,5}$

T er proporsjonal med $R^{1,5}$

Vi legger merke til at $T \propto R^{1,5}$ gir $T^2 \propto R^3$ som er Keplers 3.lov

Oppgave 7

Massen til køllehodet er M, massen til golfballen er m og køllehodet har farten u i det den treffer golfballen. Etter støtet har køllehodet farten v_1 og golfballen farten v.

Bevaring av bevegelsesmengde og energi gir:

$$Mu = Mv_1 + mv \Rightarrow v_1 = u - \frac{m}{M}v$$

$$\tfrac{1}{2}Mu^2 = \tfrac{1}{2}Mv_1^2 + \tfrac{1}{2}mv^2$$

Vi setter inn v_1:

$$Mu^2 = M\left(u - \frac{m}{M}v\right)^2 + mv^2$$

Og etter litt regning får vi at

$$v = \frac{2u}{1 + \frac{m}{M}}$$

Øker vi farten med 10 % får vi

$$v = \frac{2u \cdot 1{,}1}{1 + \frac{m}{M}} = \frac{2u \cdot 1{,}1 \cdot M}{M + m}$$

Og øker vi massen til køllehodet med 10 % får vi

$$v = \frac{2u}{1 + \frac{m}{M \cdot 1{,}1}} = \frac{2u \cdot 1{,}1 \cdot M}{1{,}1 \cdot M + m}$$

Altså lønner det seg å øke farten!

Oppgave 8

Idet sylinderen er i sitt laveste punkt, er farten lik null for alle de tre massene og vi trenger bare å se på den potensielle energien. Tapet av potensiell energi for sylinderen er lik økningen i potensiell energi for de to loddene. Vi setter:

x = lengden som sylinderen skyver båndet nedover
L = avstanden mellom trinsene
h = sylinderens starthøyde over båndet

og får denne likningen:

$$mg(h + x) = 2mg\left(\sqrt{x^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} - \frac{L}{2}\right)$$

Vi forkorter bort *mg*, ordner likningen, kvadrerer på begge sider og ender opp med likningen

$$3x^2 - 2(h+L)x - h(h+2L) = 0$$

Vi setter inn h = 1 og L = 1 og løser andregradslikningen:

$$3x^2 - 4x - 3 = 0$$
$$x = 1{,}87 \vee x = -0{,}54$$

Vi velger den positive løsningen og får at x = 1,9 m.