Kvantekrøll

Heisenbergs uskarhetsrelasjon vs Fourier transformasjon



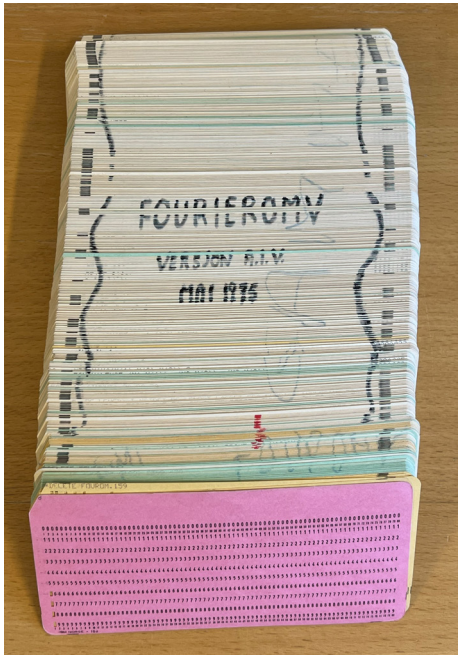
$$\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar/2$$

Werner Heisenberg var en tysk teoretisk fysiker med egne tanker og meninger om så mangt. Allerede som 31-åring fikk han Nobelprisen i fysikk (i 1932). Jeg fikk selv oppleve ham da han holdt en gjesteforelesning ved Universitetet i Oslo noen få år før han døde i 1976.

Heisenberg hadde en betydelig rolle i utviklingen av kvantefysikken. En viktig detalj var uskarphetsrelasjon som bærer hans navn. Den kom i 1927. Mange mener at denne relasjonen representerer et brudd med klassisk fysikk. Jeg er ikke så sikker på det. *Tenkemåten* som kom i kjølvannet av uskarphetsrelasjonen (og kvantefysikken i seg selv) er klart forskjellig fra tenkningen i klassisk fysikk, men er egentlig det matematiske grunnlaget så forskjellig?

Det mange ikke er klar over er at det finnes en nesten identisk relasjon innen klassisk fysikk. Vi bruker forskjellige symboler, et annet vokabular og argumenterer på forskjellig måte, men er ikke grunnideen den samme? Det er tema for denne kvantekrøllen.



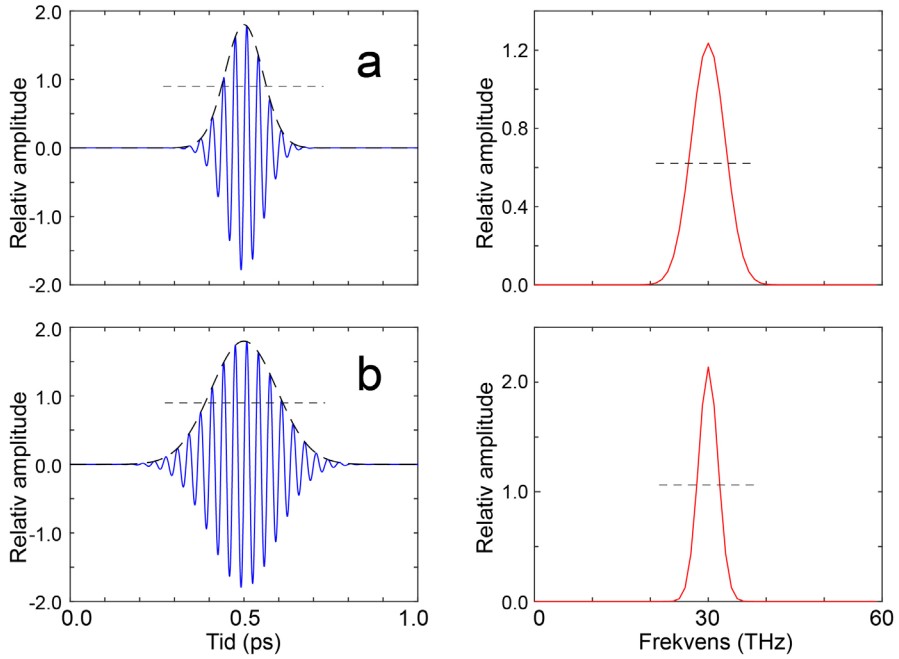
Jeg selv stiftet et nært bekjentskap med Fourier-transformasjon allerede ca 1973, men den gang først og fremst i form av diskret Fourier transform. Dette var bare åtte år etter at James Cooley og John Tukey i 1965 publiserte sin nydelige Fast Fourier Transform (FFT) og den tilsvarende omvendte transformasjonen (IFFT). Jeg selv brukte FFT i min hovedoppgave, og i figuren til høyre har jeg for moro tatt med et foto av den kortbunken jeg brukte i siste del av mitt hovedfag (mastergrad). Det er en kopiert kortbunke fra 1975. (Kortbunkene ble utslitt etter hvert og måtte kopieres/skiftes ut før de ble uleselige). Originalbunken fikk jeg fra CERN (via bekjentskap). Jeg hadde spesialtillatelse for å kunne bruke hele 150 kB av det totalt 250 kB (!!!) store minnet i den største datamaskinen i Norge på den tiden! (Regneanlegget Blindern/Kjeller). Utrolig å tenke på!

Fant jeg feil i dataprogrammet mitt, måtte jeg bære hele kortbunken (FFT-en pluss en minst like stor kortbunke for mitt eget dataprogram) fra min arbeidsplass i Fysikkbygget opp til kjelleren i Abels hus, punche inn kortene som trengtes, plukke de opprinnelige ut av kortbunken og sette inn de nye på riktig sted. DERNEST kunne jeg legge kortbunken inn i køen på ny og sjekke noen timer senere om programmet var kjørt eller ikke. Det er vanvittig å tenke på hvordan arbeidsflyten faktisk var på den tiden når jeg i dag hjemmefra kan skrive og endre på dataprogrammene mine, kjøre dem på egen PC og få ut resultatet på få sekunder!!! Figur 2 i dette skrivet ble til på denne måten.
Som nevnt innledningsvis er det klare matematiske likheter mellom Heisenberg's uskarphetsrelasjon og generell Fourier transformasjon. Da skjønner du kanskje at helt siden mitt hovedfagsarbeid og frem til dags dato,

har jeg hatt et spesielt forhold til nettopp Heisenberg. I min bok (Physics of Oscillations and Waves, Springer 2018) er Fouriertransformasjon et sentralt tema. For å ikke provosere leserne omtaler jeg der «tid-frekvens-produktet» som «den klassiske analogien til Fourier transform».

Yndlingsobjektet for disse betraktningene er «en bølgepakke». Den er oftest laget ved «å multiplisere en sinus (med «uendelig utstrekning») med en Gaussisk klokkefunksjon». Dersom klokkefunksjonen er mye bredere enn en bølgelengde i den bakenforliggende sinusfunksjonen, vil bølgepakken ha mange oscillasjoner. Velger vi en smalere klokkefunksjon, blir det færre oscillasjoner i bølgepakken.

Det interessante er når vi analyserer bølgepakker av denne typen med Fourier transform. Det viser seg at jo flere oscillasjoner vi har i bølgepakken, desto smalere blir «frekvensspekteret» vi får ut fra FFT-en. (se figuren til høyre). Studerer du figur 5.12 i læreboka mi, vil du forstå hvorfor.



Tar vi halve fullverdibredden av kurvene ved halvparten av maksimalt utslag (halvparten av de stiplede linjene innenfor omhyllingskurven i figuren), finner vi at produktet av disse er omtrent 1/4 og ubenevnt. Denne relasjonen går under navnet «*tid-frekvens-produktet*»: $\Delta t \,.\, \Delta f \,=\, 1/4$.

Kvantekrøll

Bruker vi kvantefysikkens Planck/Eistein's relasjon $E = hf$, følger $\Delta f = \Delta E/h$ og setter dette inn i den sammenhengen vi finner klassisk i tid-frekvensproduktet, får vi $\Delta E \,.\, \Delta t = h/4$.

Med andre ord: Kvantefysikken sier $\Delta E \,.\, \Delta t > h/2^{*}p = h/6.28$,
mens klassisk fysikk (basert på Fourier) sier $\Delta E \,.\, \Delta t = h/4 = h/4$

(burde hatt større eller lik, ikke tilgjengelig i tekstbehanleren jeg bruker her)

Forskjellen mellom 6.28 og 4.0 kommer av at man i kvantefysikken bruker en statistisk mer tilfredsstillene definisjon av hva man mener med variasjon/usikkerhet. Videre er det ingen problemer i klassisk fysikk å erstatte likhetstegnet med et "større enn" symbol >. Lager vi en annen form for omhyllingskurven enn den gaussiske, eller holder vi ikke frekvensen i den underliggende sinusen konstant, får vi automatisk et tid-frekvens-produkt større enn 1/4.

Jeg synes dette resultatet er morsomt og viser at betraktninger innenfor ren klassisk fysikk av bølger, gir praktisk talt Heisenbergs uskarphet for tid og energi. Den andre varianten av uskarpheten (posisjon vs bevegelsesmengde) følger automatisk når vi velger å beskrive bølgepakken som en bølge i rommet i stedet for en bølge i tiden.

. Relasjonen i min figur går under navnet.

Mange tror at Heisenbergs uskarphetsrelasjon *er et resultat av* kvantefysikk, og det er jeg uenig i. «*Tid-frekvens-produktet*» dukker opp utallige steder i klassisk fysikk. Det er derfor ikke rart at det også dukker opp innen kvantefysikk. Oppfatningen at *dette er spesielt for kvantefysikk* er imidlertid interessant i seg selv, fordi den forteller litt om hvorfor det ikke er konsensus om hvordan kvantefysikken skal tolkes.

Bredden på en bølgepakke og bredden på det tilhørende frekvensspekteret er i klassisk fysikk størrelser som forteller om *reelle* egenskaper ved en bølge. At en bølgepakke består av mange svingninger er helt normalt. *Slik ER den!* I kvantefysikken brukes imidlertid ordet «usikkerhet» eller «uskarphet». Hva ligger bak?

Jeg tror at dette blant annet henger sammen med «måleproblemet» i kvantefysikken. Man har kanskje et mentalt bilde f.eks. at et perfekt foton har EN energi. Men dersom man skal forsøke å måle denne perfekte energien (egentlig frekvensen), opplever man at det er umulig. Måleresultatene vil fordele seg innenfor et intervall. Man sier derfor at energien er uskarp. Jeg har på følelsen at fysikerne i kvantefysikkens barndom kanskje var så opptatt av partikkel-begrepet at de i utgangspunktet hadde en mental forestilling om at et ønske-foton burde vært nærmest punkt-formig. Målinger viser imidlertid ikke noe entydig resultat. Det blir en spredning i resultatet, - altså må vi innføre en «usikkerhet» eller «uskarphet».

Jeg synes at et av Bohrs sitater er interessante i denne sammenheng:

> *Our task is not to penetrate the essence of things, the meaning of which we do not know anyway, but rather to develop* ***concepts*** *which allow us to talk in a productive way about phenomena in nature.*

Bohr ønsket å skape et sett av begreper slik at fysikerne kan prate sammen på en logisk måte om fenomener i naturen – *men begrepene i seg selv behøvde ikke å ha noen sammenheng med virkeligheten*. Ifølge logisk

positivisme er det umulig å vite noe om virkeligheten uansett. «Uskarphet» var kanskje bare et begrep som passet inn i en slik sammenheng.

For meg blir begrepet derimot ganske misvisende, og bidrar til vanskene med å oppnå konsensus om tolkninger av kvantefysikken.

***

Når Engelsk Wikipedia omtaler uskarphetsrelasjonen finner vi noe annet interessant:
"An energy–time uncertainty relation like $\Delta E \Delta t > \hbar/2$, *has a long, controversial history*; the meaning of Δt and ΔE varies, and different formulations have different arenas of validity. …. Widths from experiments … are used to characterize *the lifetime of* quasi-stable or decaying states." (Mine uthevninger.)

Tydeligvis har også andre enn jeg kranglet litt om hvordan Δt og ΔE kan/bør forstås!

Den siste delen av sitatet var et hovedanliggende i den viktigste delen av min hovedoppgave (master-avhandling). Igjen er det ikke matematikk det gjelder, men *de mentale forestillingene* folk gjør seg.
Hva menes egentlig med "lang levetid"? Jeg ser for meg at mange tenker seg et «kvantesprang» fra ett energinivå til et annet skjer mer eller mindre momentant når "levetiden er over". Atomet holder seg lenge i det øvre energinivået, og *plutselig* sendes det ut et foton samtidig som atomet faller ned til et lavere energinivå: *"Spontan overgang"*.

Tankegangen er: Ved "lang levetid" er "uskarpheten mindre" enn ved "kort levetid".

Ifølge det vi har diskutert i denne kvantekrøllen, betyr det at lyset som sendes ut har *mange* oscillasjoner innenfor sin bølgepakke! Det er for meg ensbetydende med at *prosessen der lyset ble sendt ut*, tar lenger tid enn prosessen ved energioverganger med kortere levetid. Bildet av en «spontan energiovergang» kan da ikke tolkes som en «øyeblikkelig overgang». Det synes jeg er verdt å tenke litt over!

***

Som en oppsummering vil jeg si at for meg er Heisenbergs uskarphetsrelasjon ikke noe som er spesifikt for kvantefysikk. I kvantefysikk er det utledet nye detaljer basert på basis-uskarphets-relasjonene. Den formalismen som da fremkommer er selvfølgelig rent kvantemekanisk. Grunnlaget for Heisenbergs uskarphetsrelasjoner kan like fullt være det samme i klassisk fysikk og kvantefysikk.

Vi kommer forøvrig tilbake til bølgepakker når vi skal diskutere «superposisjon» i kvantefysikken.