

Oppgaveteksten lyder:

La $\mathbb{P}_2$ være vektorrommet av alle reelle polynomer av grad mindre enn eller lik 2 i en variabel. Vektorrommet er utstyrt med et indreprodukt gitt ved

$$\langle p(x), q(x) \rangle = \frac{1}{3} (p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2)), \quad p(x), q(x) \in \mathbb{P}_2$$

Mengden $\mathcal{B} = \{p_1(x), p_2(x), p_3(x)\}$ hvor

$$p_1(x) = 1, \quad p_2(x) = \frac{\sqrt{6}}{2}(x-1), \quad p_3(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}(3x^2 - 6x + 1)$$

danner en ortonormal basis for $\mathbb{P}_2$ med hensyn på dette indreproduktet.

- a) Verifiser at polynomene 1 og $\frac{\sqrt{6}}{2}(x-1)$ begge har norm 1 og at de står normalt på hverandre.
- b) Finn koordinatvektoren til polynomet $p(x) = x^2$ relativt til basisen $\mathcal{B}$.
- c) En lineærabildningen $T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$ er gitt ved

$$T(p(x)) = p'(x)$$

Finn matrisen til T relativt til basisen $\mathcal{B}$.

Mistanken baserer seg på det avgitte svaret på delspørsmål b) og c). Vi tar for oss delspørsmål b), siden det mistenkelige er helt parallelt i de to delspørsmålene.

Kandidaten gir sitt svar på oppgave b) på følgende form (kopi av svaret til kandidaten, hentet fra besvarelsen):

$\therefore$ Koordinatvektoren er

$[x^2]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} \end{pmatrix}$

Det riktige svaret på oppgaven skal være

$$[x^2]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} \end{pmatrix}$$

Det som vekket mistanke er de to ekstra $[2mm]$ i andre og tredje rad i vektoren. Det er ingen som helst grunn til å skrive noe sånn inn i en søylevektor. Det finnes ingen paralleller i noen form for skrevne kilder. Det eneste tilfelle der dette opptrer er ved en feiltasting i kildekoden til en Latex-tekst. Kildekoden til søylevektoren i løsningsforslaget er som følger

```
\left(
\begin{matrix}
\frac{5}{3} \\
\frac{2\sqrt{6}}{3} \\
\frac{\sqrt{2}}{3}
\end{matrix}
\right)
```

Dersom denne koden angis feil, dvs. at det legges inn et mellomrom mellom de to skråstrekene og $[2mm]$ i linje 3 og 4, vil Latex-kompiatoren returnere følgende bilde:

```
\left(
\begin{matrix}
\frac{5}{3} \\
\frac{2\sqrt{6}}{3} \\
\frac{\sqrt{2}}{3}
\end{matrix}
\right)
```

Dette bildet er, hvis vi ser bort i fra at det ene er håndskrevet og det andre er maskinskrevet, identisk med kandidatens besvarelse. Dette betyr at med meget stor sannsynlighetsovervekt at kandidaten har hatt tilgang til Latex-bildet og skrevet av det på sin besvarelse.

Spørsmålet blir hvordan dette har foregått. Vi anta at følgende metode har vært benyttet:

Kandidaten fortograferer oppgaven med en mobiltelefon. Selv om mobiltelefoner ikke er tillatt under eksamen, og de må leveres inn før start, betyr ikke det at ikke en kandidat kan ha tilgang til en annen mobiltelefon under eksamen. Kandidaten kan ha tatt med seg eksamensoppgaven (som forelå

som en pdf-utskrift på papir) på toalettet, fotografert teksten og lastet det inn i et passende program. Det finnes flere tilgjengelige program som kan lese en pdf-fil, gjenkjenne det som tekst eller matematikksymboler, gjøre det om til Latex-kode, bruke KI til å løse oppgaven, få et svar tilbake i Latex fil-format, for til slutt å typesette Latex-koden og få ut et riktig svar. Vi har selv testet dette og fått oppgaven løst i løpet av sekunder. Vi gjorde flere forsøk og i noen av tilfellene fikk vi endog ut samme svar som kandidaten. Oppskriften vi brukte var å ta bilde av oppgaven, laste den inn i en KI-tekstgenerator, skrive en enkel kommando av typen: Løs dette og gi et klart svar. Mobiltelefonen utførte dette i løpet av få sekunder.

Dersom dette er metoden som har blitt benyttet, og som vi finner svært sannsynlig, har feilen i svaret en meget plausibel forklaring. Håndtering av Latex-kode ved hjelp av KI vil veldig fort kunne sette inn et mellomrom der det ikke skal være et mellomrom, siden begge deler forekommer ofte i forskjellige Latex-dokument.

Vi har svært vanskelig med å se for oss at dette kan ha foregått på noen annen måte.