



Yves Meyer, Abelprisvinner 2017



DERSOM DET VAR SANT, VILLE DET VÆRE KJENT

Abelkomiteen begrunner valget av Yves Meyer med hans sentrale rolle i utviklingen av den matematiske wavelet-teorien. Men waveletens historie går lenger tilbake enn til Meyers bidrag på 1980-tallet, faktisk kan røttene spores hele 200 år tilbake, til arbeidene til franskmannen Joseph Fourier.



Jean Morlet (1931-2007)

Da ingeniøren Jean Morlet på begynnelsen av 80-tallet presenterte sin oppskrift på en ny og oppsiktsvekkende måte å samle seismiske data, trodde ikke hans franske oljeselskap på han og avviste ideen med begrunnelsen: ”Hvis det var sant, ville

det være kjent.” Så framfor å bruke wavelet-metodikken til å finne olje og generere inntekter til oljeselskapet, ble resultatene våren 1984 heller publisert i et vitenskapelig tidsskrift. Senere samme år sto Yves Meyer og ventet på tur ved kopieringsmaskinen på École Polytechnique i Paris. Foran han drev en kollega å kopierte en artikkel om wavelet-teori, skrevet av Jean Morlet og fysikeren Alex Grossmann i Marseille. Meyer fikk en kopi av artikkelen og oppdaget snart sammenhengen med en annen matematisk teori han hadde studert ganske grundig. Oppglødd over den uventede forbindelsen mellom to forskjellige teorier, bestemte

Meyer seg for å ta toget til Marseille for å slutte seg til ”Klubben av wavletterere”. Oljeselskapets argumentert mot den nye teorien, om at dersom den var sann, så ville den være kjent, ble Meyers argument for å reise til Marseille. Det *var* sant og det *var* kjent, men fram til nå hadde ingen sett de riktige sammenhengene. Skjønnheten i matematikken viser seg ofte i uventede analogier mellom ulike teorier.

En berømt anekdote dreier seg om den 14-årige Wolfgang Amadeus Mozart og hans besøk i Vatikanet under onsdagsgudstjenesten i påskeuken. Under gudstjenesten framførte koret Gregorio Allegris *Miserere*, en vakker ni-stemt tonsetting til Salme 51, kun tillatt framført i påskeuken. For å hindre at verket ble framført ved andre anledninger hadde paven i mer enn 100 år nedlagt forbud mot å kopiere notene. Et par timer etter gudstjenesten hadde imidlertid den unge Mozart skrevet ned hele stykket etter hukommelsen. Et nytt besøk i kirken på langfredag var nok til å rette opp noen småfeil.

34 The celebrated MISERERE composed by Gregorio Allegri
This Piece is performed in the Chapel of the Pope and in the highest Churches

Mi se re re me i De us fecundum magnam
Mi se re re me i De us fecundum magnam
Prime Coro Mi se re re me i De us fecundum magnam mi
Mi se re re me i De us fecundum magnam
mi feri cor dium tu am
mi feri cor dium tu am
mi feri cor dium tu am
mi feri cor dium tu am
mi feri cor dium tu am

Det underliggende prinsippet for komposisjon og framføring av musikk har mye

til felles med de matematiske teoriene for Fourier- og wavelet-analyse. Musikk skapes ved at komponisten former melodier og harmonier i sitt eget hode, for så å kode det hele som noter på et notepapir. En kraftfull slut-takkord i en Beethoven-symfoni, som fyller hele konsertsalen med lyd og gir tilhørerne gåsehud, er kodet i et lite antall tegn i dirigentens partitur. Mozart var i stand til å lage ”note-transformasjonen” til Miserere, kun etter hukommelsen. Dermed var paven brutt og siden den dag har sangere hatt gleden av å framføre ”den omvendte note-transformasjonen” til Miserere, dvs. å skape praktfull musikk fra et noteark.



Joseph Fourier (1768-1830)

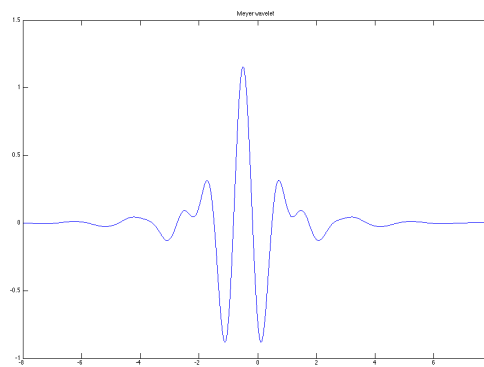
Noen år etter Mozarts besøk i Roma, beskrev en fransk matematiker, Joseph Fourier, en matematisk versjon av ”note-transformasjonen”. Ideen i Fouriers teori er at et hvert stasjonært signal, som f.eks. en lang tone fra en fiolin, er bygget opp av rene harmonier av bestemte frekvenser og amplituder. Fourier-transformasjonen plukker ut hver av frekvensene og deres amplituder. Dermed kan man kode det opprinnelige signalet kun ved hjelp av noen få tallpar. Det fabelaktige er imidlertid at ved å bruke den omvendte Fourier-transformasjonen kan man helt presis gjenskape det opprinnelige signalet.

Fourieranalyse egner seg godt til å studere stasjonære signaler. Men signaler flest er ikke nødvendigvis stasjonære. Dermed har vi bruk for metoder som effektivt håndterer signaler

med mange brå og uventede endringer.

Allegris Miserere er velegnet for Fourier-analyse, i likhet med mye annen kirkemusikk. Lyden av et ekko fra lag av olje dypt nede i grunnen har ikke den samme grad av harmoni som Allegris mesterverk, og ikke engang Mozart ville være i stand til å memorere ti minutter av slike seismiske rådata, langt mindre tolke dem som adekvat informasjon om hvor oljen befinner seg.

Jean Morlet analyserte reflekterte signaler fra oljeleting. En vibrasjon sendes ned i grunnen og ekkoet blir fanget opp. Ideen er nært beslektet med måten flaggermusen orienterer seg på. Problemet er å analysere dataene på en slik måte at man kan trekke ut den essensielle informasjonen om hvor oljen befinner seg. Jean Morlet analyserte disse dataene ved å introdusere en ny klasse av funksjoner som han kalte ”wavelets av konstant form”. Etter hvert forkortet for øvrig waveletterne navnet til det mer håndterlige ”wavelet”.



Meyers wavelet

Wavelet-teknikken kan beskrives omtrent som følger: Basis i teorien er en ”moder-wavelet”, en liten del av en oscillerende

funksjon (se figur). Frekvensen til bølgefunksjonen vil variere, og det samme vil bredden av waveleten. Det er imidlertid en nær sammenheng mellom de to; jo høyere frekvens, jo smalere wavelet. Men formen til waveleten er alltid konstant. Det spiller ingen rolle om signalet er en lydbølge eller digitaliseringen av et bilde. Informasjonen i signalet sammenlignes med ulike skaleringer av moderwaveleten, og når vi kjenner denne vil de eneste dataene vi trenger å lagre være amplituden til de ulike versjonene av waveleten. To forskjellige skaleringer av waveleten vil i tillegg være ortogonale, noe som gir at denne måten å karakterisere et signal vil være entydig. Det betyr også at den omvendte operasjonen vil reprodusere signalet fullstendig.

Abelprisen for 2017 er tildelt Yves Meyer for hans sentrale rolle i utviklingen av det matematiske grunnlaget for wavelet-teorien. Yves Meyer har siden sin entrée vært den visjonære lederen i den moderne utviklingen av en teori som befinner seg i skjæringspunktet mellom matematikk, informasjonsteknologi og beregningsvitenskap.



Alfréd Haar (1885-1933)

For mer enn 100 år siden konstruerte Alfréd Haar en tidlig versjon av en wavelet. Haars wavelet hadde mange gode egenskaper, men dessverre også store mangler. I løpet av det tyvende århundre ble det konstruert mange typer wavelet. Selv om teknikkene stadig ble forbedret og anvendelsene etter hvert mange og gode, lot det store gjennombruddet vente

på seg.

Meyers første oppsiktsvekkende bidrag var hans konstruksjon av en glatt ortonormal wavelet-basis. Som i Morlets konstruksjon er funksjonene i Meyers basis dilatasjoner og translasjoner av en glatt moderwavelet. Konstruksjonen er enkel - og genial. Sammen med Stéphane Mallat utviklet Yves Meyer teorien for multiresolusjonsanalyse, et mer generelt rammeverk for å konstruere nye wavelet-basiser.



Stéphane Mallat (1962-)

Oppdagelser har ofte blitt framskyndet ved tilfældigheter. Hvis Morlets wavelet-ide hadde blitt akseptert av oljeselskapet, hvis École Polytechnique i Paris hadde investert i en eksatra kopieringsmaskin, hvis Meyer hadde kommet for sent til Marseille-toget, ...

Epilog. Påstanden i overskriften er logisk ekvivalent med utsagnet: Hvis det ikke er kjent, er det ikke sant. Eller vitenskapens endelikt.