

Lang masteroppgave høst 2025 – vår 2027 for

KATHRINE HOLLEKVE PAULSEN

Betydningen av smalbåndete transversale moder i utviklingen av bølgetog — i smal tank og i bredt basseng

Veileder: KARSTEN TRULSEN

Matematisk institutt, UiO

Oktober 2025

1 Transversal modulasjonsustabilitet i smal tank

Uniforme langkammede bølger på vann, vanligvis kjent som Stokes bølger (Stokes 1847), er ustabile for infinitesimale perturbasjoner. Disse perturbasjonene kan vokse på bekostning av de opprinnelige bølgene og kan prege videre bølgeutvikling. Dette kalles modulasjonsustabilitet. Den enkleste formen for modulasjonsustabilitet er smalbåndet og kalles for Benjamin–Feir ustabilitet (Lighthill 1965; Benjamin & Feir 1967; Benjamin 1967).

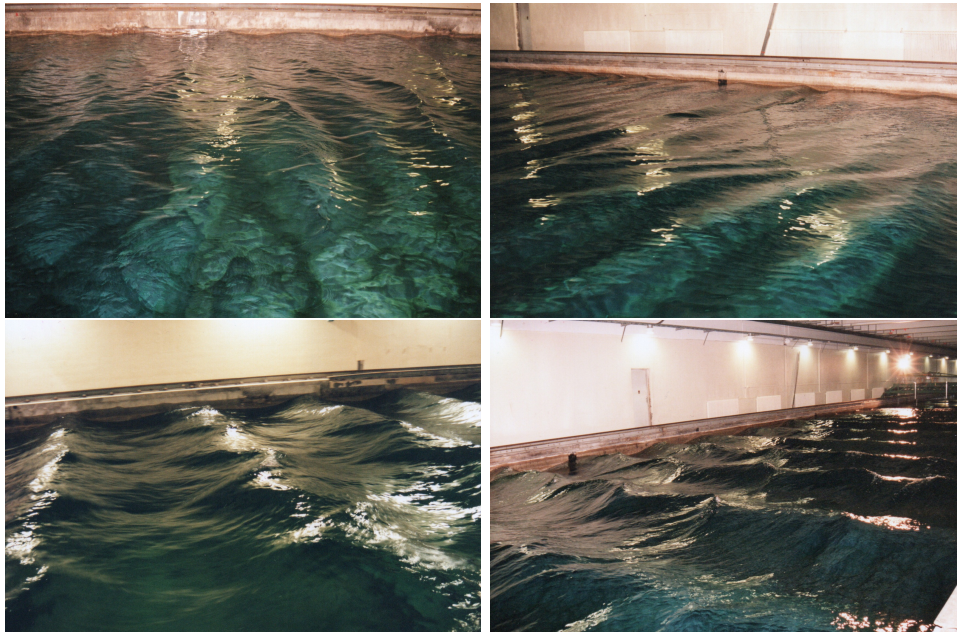
Verken modulasjonsustabilitet generelt eller smalbåndet Benjamin–Feir ustabilitet spesielt er begrenset til longitudinale moder. Flest av de ustabile modene er transversale (Benney & Roskes 1969; McLean *et al.* 1981), følgelig kan et opprinnelig langkammet bølgetog kan ende opp med å bli kortkammet.

Sommeren 1998 ble det gjort eksperimenter hos Marintek som illustrerer transversal modulasjon av Stokes bølger, se figur 1. Analyse av disse eksperimentene blir nå publisert i Trulsen *et al.* (2025). Det ser ut til at de to første transversale modene, den langkammede moden og den transversale moden som har bølgelengde på tvers lik to ganger bredden på tanken, dominerer bølgeutviklingen.

Eksperimentene hos Marintek ble gjort med fem prober på tvers av tanken. Resultatene antyder at det kunne ha vært nok med to prober på tvers for å fange opp den vesentlige oppførselen. Dette gir håp om at vi kanskje klarer å reprodusere tilsvarende resultater i vår egen lange og “smale” tank.

At en tank er “smal” betyr egentlig bare at bredden på tanken er liten i forhold til bølgelengden. Det som man skulle tro var en smal tank kan derfor oppfattes som “bred” dersom bølgelengden er tilstrekkelig kort.

Numeriske simuleringer som tilsvarende disse eksperimentene ble gjort uten dissipasjon i Trulsen & Dysthe (1997) og med dissipasjon i masteroppgaven til May-Iren Espelund (2022) <https://www-duo-uio-no.ezproxy.uio.no/handle/10852/100412>.



Figur 1: Bilder fra eksperimentene gjort hos Marintek sommeren 1998. Legg spesielt merke til at bølgene ikke er langkammede. Øverst smalbåndete transversale modulasjoner. Nederst bredbåndete transversale modulasjoner.

I første del av masteroppgaven ønsker vi å bruke vår gamle lange og “smale” tank slik at den egentlig ikke er så veldig “smal”, altså med bølgelengde som er tilstrekkelig liten i forhold til bredden, for regulære Stokes bølger. Klarer vi å se framveksten av transversale ustabile moder?

2 Kvalitativ forskjell på langkammet og kortkammet sjø i smal tank

For noen år siden ble det utviklet en teori for såkalt Benjamin–Feir indeks (BFI) som kriterium for når man kunne forvente stor sannsynlighet for freake bølger. Dette kriteriet har blitt tatt i bruk for varsling av farlige bølger. Den opprinnelige teorien for BFI baserte seg på langkammede bølgefelt.

Gramstad & Trulsen (2007) viste numerisk at BFI er en god indikator for økt sannsynlighet for freake bølger kun når bølgefeltet er langkammet med karakteristisk kamlengde på minst 10 karakteristiske bølgelengder. Det er gøy å legge merke til at denne terskelen samsvarer med et kriterium for transversal modulasjon som ble påvist eksperimentelt i Trulsen *et al.* (2025). Dette gir håp om at vi kanskje klarer å reprodusere de numeriske resultatene

til [Gramstad & Trulsen \(2007\)](#) i vår egen lange og “smale” tank.

I andre del av masteroppgaven ønsker vi derfor å bruke vår gamle lange og “smale” tank slik at den egentlig ikke lenger så veldig “smal”, også for irregulære bølger. Klarer vi å se den kvalitative forskjellen i sannsynligheten for freak bølger som ble påvist av [Gramstad & Trulsen \(2007\)](#)?

3 Transversale moder i bredt basseng

I tredje og siste del av masteroppgaven ønsker vi å ta med oss de to første problemstillingene til et basseng som uansett ikke kan oppfattes å være smalt.

4 Praktisk gjennomføring

Braketter for å montere to prober på tvers av den gamle lange og smale tanken blir laget for masteroppgaven til Ole Bastian Sandok, de kan kanskje brukes for første og andre del av denne masteroppgaven. Eksperimentene i bassenget avhenger av at vi klarer å skaffe flere prober, og kan i så fall gjennomføres sammen med PhD stipendiat Herman Martens Meyer.

Referanser

- BENJAMIN, T. B. 1967 Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems. *Proc. R. Soc. Lond. A* **299**, 59–75.
- BENJAMIN, T. B. & FEIR, J. E. 1967 The disintegration of wave trains on deep water. *J. Fluid Mech.* **27**, 417–430.
- BENNEY, D. J. & ROSKES, G. J. 1969 Wave instabilities. *Studies Appl. Math* **48**, 377–385.
- GRAMSTAD, O. & TRULSEN, K. 2007 Influence of crest and group length on the occurrence of freak waves. *J. Fluid Mech.* **582**, 463–472.
- LIGHTHILL, M. J. 1965 Contributions to the theory of waves in non-linear dispersive systems. *IMA J. Appl. Math.* **1**, 269–306.
- MCLEAN, J. W., MA, Y. C., MARTIN, D. U., SAFFMAN, P. G. & YUEN, H. C. 1981 Three-dimensional instability of finite-amplitude water waves. *Phys. Rev. Lett.* **46**, 817–820.
- STOKES, G. G. 1847 On the theory of oscillatory waves. *Trans. Camb. Philos. Soc.* **8**, 441–455.
- TRULSEN, K. & DYSTHE, K. B. 1997 Frequency downshift in three-dimensional wave trains in a deep basin. *J. Fluid Mech.* **352**, 359–373.
- TRULSEN, K., STANSBERG, C. T. & DYSTHE, K. B. 2025 Experimental evidence of transversal modulation and frequency downshift of uniform waves in a long tank. *J. Fluid Mech.* (**accepted for publication**).