

Masteroppgave for

MAY–IREN ESPELUND

Hvilken betydning har dempning for tredimensjonal modulasjon av bølgefelt som leder til frekvensnedskift?

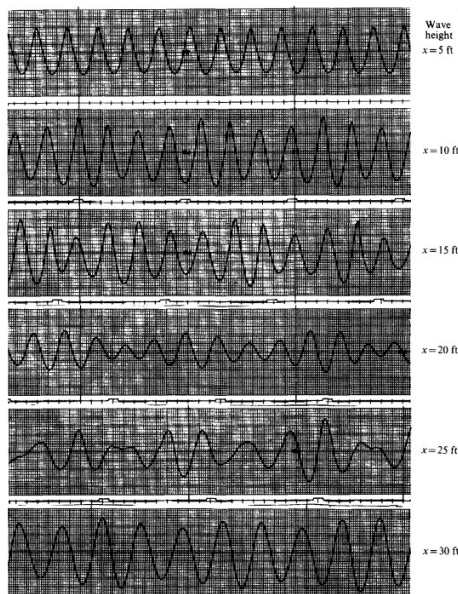
Lang masteroppgave som starter Januar 2021

Veileder: KARSTEN TRULSEN

Matematisk institutt, UiO

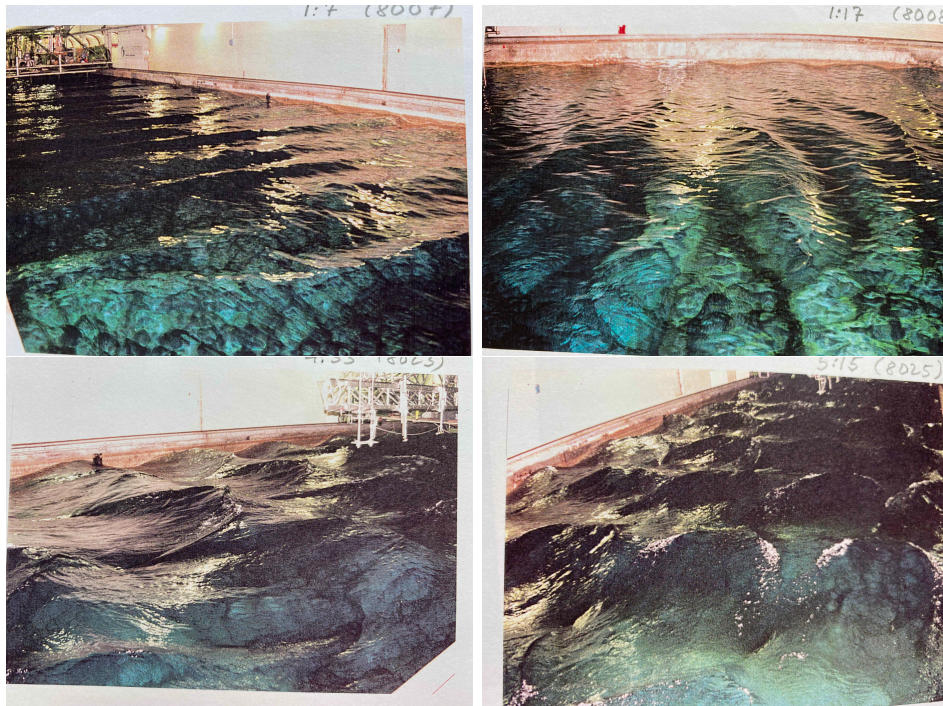
November 2020

Dersom et uniformt bølgetog (cosinus-bølger) blir generert i den ene enden av en lang tank, så kan ustabiliteter vokse opp og sterke modulasjoner kan inntre. Etter en viss avstand kan bølgefeltet komme tilbake til en tilstand av uniforme bølger. Noen ganger kan det komme tilbake til den opprinnelige frekvensen, dette kalles for “Fermi–Pasta–Ulam rekurrens”. Andre ganger kan modulasjonssyklusen komme tilbake til et uniformt bølgetog med lavere frekvens, dette er det berømte “frekvensnedskiftet” først beskrevet av Lake *et al.* (1977), se figur 1.



Figur 1: Frekvensnedskift slik det presenteres på side 61 i Lake *et al.* (1977).

For langkammede bølger (ingen modulasjon på tvers) vet vi nå at frekvensnedskiftet kan være et resultat av dempning. Dempningen kan skyldes



Figur 2: Noen bilder fra de nye eksperimentene gjort hos Marintek. Legg spesielt merke til at bølgene ikke er langkammede.

bølgebrytning som konsekvens av de sterke modulasjonene av bølgene, dette ble vist for første gang av Trulsen & Dysthe (1990). Dempningen kan også skyldes forskjellige typer friksjon. Oversiktsartikkelen til Carter *et al.* (2019) oppsummerer mye av denne aktiviteten over de siste 30 åra.

Det viser seg imidlertid at nedskift også kan skyldes dynamikken til kortkammede bølger uten dempning. Dette ble funnet første gang numerisk av Trulsen & Dysthe (1997), og ble funnet i eksperimentelle målinger for første gang av Trulsen *et al.* (1999) basert på eksperimenter gjort hos Marintek på starten av 1990-tallet.

På slutten av 1990-tallet ble det gjort nye eksperimenter hos Marintek som egner seg spesielt godt til å utforske dette nærmere, se figur 2. I de nye eksperimentene ble bølgene målt både på tvers og på langs av tanken for å kunne karakterisere hvordan modulasjoner på tvers utvikler seg langs tanken.

Arbeidet som etterspørres i denne masteroppgaven er en utvidelse av Carter *et al.* (2019) fra 2D til 3D, eller ekvivalent en utvidelse av Trulsen & Dysthe (1997) fra udempet til dempet. Vi er interessert å undersøke hva kombinasjonen av dempning og kortkammede bølger kan ha å si for frekvensnedskift. Dette er det ingen som har undersøkt tidligere.

Den numeriske modellen må programmeres. Vi har for øyeblikket ikke programvare som kan gjøre disse simuleringene direkte med diverse modeller for dempning. Dempningen kan gjerne introduseres med heuristiske modeller, og det er ønskelig å utforske om forskjellige typer dempning gir forskjellige resultater. Det anbefales å programmere Dysthe-likninga (høyere ordens ikkelineær Schrödinger likning) for 2 horisontale dimensjoner ved hjelp av spektralmetode og operatorsplitting slik at den lineære delen integreres eksakt i Fourier rom og den ikkelineære delen integreres ved hjelp av en endelig differens metode i fysisk rom, og at deriverte regnes ut ved hjelp av spektralmetode. Denne numeriske metoden er beskrevet i Lo & Mei (1987) og Trulsen & Dysthe (1997). Det anbefales dessuten å la seg inspirere av appendiks C i Ph.D.-avhandlingen til Carter (2001) for mer moderne operatorsplittings og symplektisk integrasjon til høy orden.

De eksperimentelle dataene fra Marintek, eksperimentene fra både starten og slutten av 1990-tallet, vil være tilgjengelig for sammenlikning med de nye simuleringene.

Referanser

- CARTER, J. D. 2001 Stability and existence of traveling wave solutions of the two-dimensional nonlinear Schrödinger equation and its higher-order generalizations. PhD thesis, Department of Applied Mathematics, University of Colorado.
- CARTER, J. D., HENDERSON, D. & BUTTERFIELD, I. 2019 A comparison of frequency downshift models of wave trains on deep water. *Phys. Fluids* **31** (013103).
- LAKE, B. M., YUEN, H. C., RUNGALDIER, H. & FERGUSON, W. E. 1977 Nonlinear deep-water waves: theory and experiment. Part 2: Evolution of a continuous wave train. *J. Fluid Mech.* **83**, 49–74.
- LO, E. Y. & MEI, C. C. 1987 Slow evolution of nonlinear deep water waves in two horizontal directions: A numerical study. *Wave Motion* **9**, 245–259.
- TRULSEN, K. & DYSTHE, K. B. 1990 Frequency down-shift through self modulation and breaking. In *Water Wave Kinematics* (ed. A. Tørum & O. T. Gudmestad), pp. 561–572. Kluwer.
- TRULSEN, K. & DYSTHE, K. B. 1997 Frequency downshift in three-dimensional wave trains in a deep basin. *J. Fluid Mech.* **352**, 359–373.
- TRULSEN, K., STANSBERG, C. T. & VELARDE, M. G. 1999 Laboratory evidence of three-dimensional frequency downshift of waves in a long tank. *Phys. Fluids* **11**, 235–237.

Karsten Trulsen